نازنین کریمی　　تکلیف شمارهٔ ۵　　کلاس یازدهم دختر A

۱

در دو صورت زیر رادیکال ما مثبت خواهد بود، یا اینکه هر دو عبارت مثبت باشد و یا اینکه هر دو عبارت منفی باشد.

$f(x+۱)=(\frac{۱}{۲})^{x-۱}-۱$ در صورتی که مثبت باشد ⇐ $x^۳\geq۰ \Rightarrow \boxed{x\geq۰}$ ①　　①∩② ⇐ $[۰,۱]$

$f(x+۱)\geq۰ \Rightarrow (\frac{۱}{۲})^{x-۱}-۱\geq۰ \Rightarrow (\frac{۱}{۲})^{x-۱}\geq۱ \xrightarrow{\text{برای اینکه از ۱ بزرگتر یا مساوی شود توان باید منفی شود}} x-۱\leq۰ \Rightarrow \boxed{x\leq۱}$ ②

در صورتی که هر دو منفی باشد ⇐ $x^۳\leq۰ \Rightarrow \boxed{x\leq۰}$ ③ ، $f(x+۱)<۰ \Rightarrow (\frac{۱}{۲})^{x-۱}-۱<۰ \Rightarrow$

$(\frac{۱}{۲})^{x-۱}<۱ \xrightarrow{\text{برای اینکه از ۱ کوچکتر شود توان باید مثبت شود}} x-۱>۰ \Rightarrow \boxed{x>۱}$ ④　　③∩④ ⇐ ∅

بنابراین فقط حالت مثبت × مثبت = مثبت قابل قبوله که جواب نهایی ⇐ $\boxed{D_f=[۰,۱]}$

۲

$f(x)=\sqrt{x+|x+۲|} \Rightarrow f(-x)=\sqrt{-x+|-x+۲|}$ ⟵ زیر رادیکال مثبت

$-x+|-x+۲|\geq۰ \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} x<\overset{\circ}{۲} \xrightarrow{\text{جدول تعیین علامت}}$

$| + \circ + \overset{۲}{\circ} - \longrightarrow D_f \Rightarrow (-\infty,۲]$

۳

		-۵		-۴		۱		۲		۳	
x-۱	-		-		-	۰	+		+		+
f(x)	+	۰	+	۰	-		-	۰	+	۰	-
	-	۰	-	۰	+	●	-	۰	+	۰	-

ریشه‌های f(x) ⇐ $\boxed{-۵ \text{ و } -۴ \text{ و } ۲,۳}$

ریشهٔ x-۱ ⇐ $\boxed{۱}$

با توجه به نمودار جدول تعیین علامت را می‌کشیم ⇐ زیر رادیکال باید مثبت باشد، پس:

$$\boxed{D_f=(-۴,۱]\cup(۲,۳)}$$

۴

$\frac{۱}{۹x^۴-۷x^۲-۴x-۳}$　　$y=\frac{۱}{\underline{۳x^۲}+a\underline{x}+\underline{b}}$

$(-۳+x+\underline{۳x^۲})(۱+x+\underline{۳x^۲})$

اگر $a=b=۱$ ⇐ $\sqrt{-۲}$ ✗

$۳x^۲+ax+b=(۳x^۲+x+۱)(۳x^۲+x-۳)$

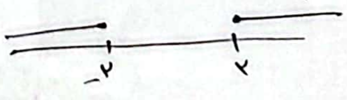
اگر $\left.\begin{matrix}b=-۳\\a=۱\end{matrix}\right\}$ ⇐ $\boxed{✓\ \sqrt{۲}}$

۵

$f(x)=x^۳+x$　　$y=\sqrt{f(x)-f(\frac{۴}{x})} \Rightarrow f(x)-f(\frac{۴}{x})=x^۳+x-\frac{۴}{x}-\frac{۶۴}{x^۳}$

$x^۶+x^۴-۴x^۲-۶۴=۰ \Rightarrow (x^۲-۴)(x^۴+۱۶+۴x^۲)-x^۲(x^۴-۴) \longrightarrow$

$(x^۲-۴)\underbrace{(x^۴+۱۶+۵x^۲)}_{+} \Rightarrow x^۲\geq۴ \rightarrow \boxed{x\geq۲,\ x\leq-۲}$



$\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-(-۲,۲)$

۶	$f(x^۳+x)=۲x^۲-۱$ $x^۳+x=۱۰\Rightarrow\boxed{x=۲}$ $x^۳+x=۲\rightarrow\boxed{x=۱}$ $f(۱۰)+f(۲)=۷+۱=\boxed{۸}$
۷	$g(\sqrt[۳]{۷}-۳)=(\sqrt[۳]{۷}-۳)^۳+۹(\sqrt[۳]{۷}-۳)^۲+۲۷(\sqrt[۳]{۷}-۳)=$ $۷-۹\sqrt[۳]{۴۹}+۲۷\sqrt[۳]{۷}-۲۷+۹\sqrt[۳]{۴۹}+۸۱-۵۴\sqrt[۳]{۷}+۲۷\sqrt[۳]{۷}-۸۱=-۲۰$ $f(\sqrt[۳]{۲}+۲)=(\sqrt[۳]{۲}+۲)^۳-۶(\sqrt[۳]{۲}+۲)^۲+۱۲(\sqrt[۳]{۲}+۲)=$ $۲+۶\sqrt[۳]{۴}+۱۲\sqrt[۳]{۲}+۸-۶\sqrt[۳]{۴}-۲۴-۲۴\sqrt[۳]{۲}+۱۲\sqrt[۳]{۲}+۲۴=۱۰=$ $\frac{-۲۰}{۱۰}=\boxed{-۲}$
۸	$f(x)=\sqrt{x+۴\sqrt{x-۴}}$ $g(x)=\sqrt{x-۴\sqrt{x-۴}}$ $\frac{a+b}{c}=\frac{۲}{-۴}=-\frac{۱}{۲}$ $f(x)+g(x)=\sqrt{x-۴+۴\sqrt{x-۴}+۴}+\sqrt{x-۴+۴\sqrt{x-۴}+۴}=$ $(\sqrt{x-۴}+۲)^۲+(\sqrt{x-۴}-۲)^۲=۲\sqrt{x-۴}$ $۲\sqrt{x-۴}=a+b\sqrt{x+c}\Rightarrow\boxed{a+b=۲}$ $\boxed{c=-۴}$
۹	$f(x)=\frac{x+۲}{x^۲-۴x+۳}\Rightarrow x^۲-۴x+۳\neq۰\Rightarrow(x-۱)(x-۳)\Rightarrow\boxed{x\neq ۱ , ۳}$ $D_f=\mathbb{R}-\{۱,۳\}\Rightarrow$ دامنه‌های مشترک توابع g و $x\in\boxed{۰ , ۲}$ $f(x)=(۲,-۴),(۰,\frac{۲}{۳})$ $g(x)=(۲,۱),(۰,۴)\Rightarrow\frac{g}{f}=$ $(۲,-\frac{۱}{۴}),(۰,۶)$
۱۰	الف) $f(۲x)=\{(\frac{۱}{۲},۲),(\frac{۳}{۲},-۱),(۲,۲),(-\frac{۱}{۲},۶)\}$ ب) $f(x^۲)=\{(۱,۲),(\sqrt{۳},-۱),(۲,۲)\}$ ج) $۲g^۲(x)+۱=\{(-۲,۱۹),(۱,۱۳)\}(۳,۹)(-۱,۱)\}$ د) $\{(۱,-۴)(۳,-۱)\}=\frac{۲f}{g}$