آلا کرمانی — پاسخنامه تشریحی شماره ۵ — یازدهم ریاضی A

---

① $f(x)=\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x-۲}-۱$, $y=\sqrt{x^۳f(x+۱)}$ $\Rightarrow \underbrace{x^۳}_{x=۰}\underbrace{\left(\left(\frac{۱}{۲}\right)^{x-۱}-۱\right)}_{x=۱}\geq ۰ \Rightarrow$

$\overset{۰}{-\,|\,}+\overset{۱}{|}\,-$ $D_f=[۰,۱]$

---

② $f(x)=\sqrt{x+|x+۲|}$, $f(-x)=\sqrt{-x|۲-x|}\Rightarrow |۲-x|-x\geq ۰\Rightarrow |۲-x|\geq x$

$\left.\begin{cases}۲-x\geq x\Rightarrow ۲\geq ۲x\Rightarrow ۱\geq x\\ ۲-x\leq -x\Rightarrow -۲\leq ۰\end{cases}\right\}\Rightarrow D_f=(-\infty,۱]$

---

③ $y=\sqrt{\frac{x-۱}{f(x)}}\Rightarrow \frac{x-۱\longrightarrow x=۱}{f(x)\longrightarrow f(x)\neq ۰\Rightarrow x=\{-۴,۲,۳\}}\geq ۰$

$\overset{-۴}{-\,|}\,+\overset{۱}{|}\,-\overset{۲}{|}\,+\overset{۳}{|}$

$D_f=(-۴,۱]\cup(۲,۳)$

---

④ $y_۱=\frac{۱}{۹x^۴-۷x^۲-۴x-۳\neq ۰}$, $y_۲=\frac{۱}{۳x^۲+ax+b\neq ۰}$ $\sqrt{-(a+b)}=?$

$(۳x^۲-x-۳)\underbrace{(۳x^۲+x+۱)}_{\Delta<۰\Rightarrow \text{ریشه ندارد}}$ $۳x^۲-x-۳=۳x^۲+ax+b\Rightarrow a=-۱,b=-۳$

ریشه‌ها $=\frac{۱-\sqrt{۳۷}}{۶},\frac{۱+\sqrt{۳۷}}{۶}$ $\sqrt{-(-۱-۳)}=۲$

---

⑤ $f(x)=x^۳+x$, $y=\sqrt{f(x)-f(\frac{۴}{x})}\Rightarrow x^۳+x-\left(\frac{۶۴}{x^۳}\right)-\left(\frac{۴}{x}\right)\geq ۰\Longrightarrow$

$\frac{x^۶+x^۴-۶۴-۴x^۲}{x^۳\neq ۰\Rightarrow x\neq ۰}\geq ۰\Rightarrow\frac{(x^۲-۴)(x^۲+۵x+۱۶)}{x^۳}\geq ۰$ $\Delta<۰=$ همیشه مثبت $(x^۲-۴)\neq ۰\Rightarrow x\neq\pm ۲$

$-\overset{-۲}{|}\,+\overset{۰}{|}\,-\overset{۲}{|}\,+$ $\Rightarrow D_f=[-۲,۰)\cup[۲,+\infty)$

---

⑥ $f(x^۳+x)=۲x^۲-۱$, $f(۲)+f(۱۰)=?\Rightarrow f(۲)\Rightarrow x^۳+x=۲\Rightarrow x(x^۲+۱)=۲\Rightarrow x=۱$

$f(۲)=۲(۱)^۲-۱=۱$

$f(۱۰)\Rightarrow x^۳+x=۱۰\Rightarrow x(x^۲+۱)=۱۰\Rightarrow x=۲\Rightarrow f(۱۰)=۲(۲)^۲-۱=۷$

$f(۲)+f(۱۰)=۷+۱=۸$

$f(x)=x^۳-۹x^۲+۱۲x$ ، $g(x)=x^۳+۹x^۲+۲۷x$ ، $\frac{g(\sqrt[۳]{۷}-۳)}{f(\sqrt[۳]{۲}+۲)}=?$ ⑦

$f(\sqrt[۳]{۲}+۲)=(\sqrt[۳]{۲}+۲)^۳-۹(\sqrt[۳]{۲}+۲)^۲+۱۲(\sqrt[۳]{۲}+۲)=۲+\cancel{۶\sqrt[۳]{۴}}+\cancel{۱۲\sqrt[۳]{۲}}$
$+۸-۹(\cancel{\sqrt[۳]{۴}}+\cancel{۴\sqrt[۳]{۲}}+\cancel{۴})+\cancel{۱۲\sqrt[۳]{۲}}+۲۴=۱۰$

$g(\sqrt[۳]{۷}-۳)=(\sqrt[۳]{۷}-۳)^۳+۹(\sqrt[۳]{۷}-۳)^۲+۲۷(\sqrt[۳]{۷}-۳)=۷-۹\sqrt[۳]{۴۹}+$
$۸۱\sqrt[۳]{۷}-۲۷+۹(\sqrt[۳]{۴۹}-۶\sqrt[۳]{۷}+۹)+۲۷\sqrt[۳]{۷}-۸۱=-۲۰$

$$\frac{g(\sqrt[۳]{۷}-۳)}{f(\sqrt[۳]{۲}+۲)}=\frac{-۲۰}{۱۰}=-۲$$

$f(x)+g(x)=\underbrace{a+b\sqrt{x+c}}_{x\geq۴} \Rightarrow t=\sqrt{x-۴} \rightarrow t\geq۰ \ , \ x=t^۲+۴$ ⑧

$f(x)=\sqrt{t^۲+۴+۴t} \Rightarrow \sqrt{(t+۲)^۲}=t+۲ \ , \ g(x)=\sqrt{t^۲+۴-۴t} \Rightarrow \sqrt{(t-۲)^۲}=|t-۲|$

$f(x)+g(x)=\begin{cases} t+۲+t-۲=۲t \\ t+۲-t+۲=۴ \end{cases}$ $\qquad \frac{a+b}{c}=\frac{۲}{-۴}=-\frac{۱}{۲}$

$f(x)+g(x)=۲t=۲\sqrt{x-۴}=a+b\sqrt{x+c} \Rightarrow a+b=۲ \ , \ c=-۴$

$f(x)=\frac{x+۲}{x^۲-۴x+۳}$ ، $g(x)=\{(۲,۱),\cancel{(۱,۰)},\cancel{(۳,۵)},(۰,۴)\}$ ⑨
$\Rightarrow (x-\cancel{۱})(x-\cancel{۳})$

$\frac{g}{f} \Rightarrow x=۲,۰ \Rightarrow f(۰)=\frac{۰+۲}{۰+۰+۳}=\frac{۲}{۳} \ , \ f(۲)=\frac{۴}{۴-۸+۳}=-۴$

$\frac{g}{f}=\{(۲,\frac{-۱}{۴}),(۰,۹)\}$

الف) $f(۲x)=\{(\frac{۱}{۲},۲),(\frac{۳}{۲},-۱),(۲,۲),(\frac{-۱}{۲},۹)\}$ ⑩

ب) $f(x^۲)=\{(۱,۲),(\pm\sqrt{۳},-۱),(\pm\sqrt{۴},۲)\}$

ج) $۲g^۲(x)+۱=\{(-۲,۱۹),(۱,۳),(۳,۹),(-۱,۱)\}$

د) $\frac{۲f}{g}=\{(۱,-۴)(۳,-۱)\}$