دیانا سامی — یازدهم دختر A — شماره تکلیف: ۵

۱۲/۲۵

$f(x)=(\frac{۱}{۲})^{x-۲}-۱ \qquad y=\sqrt{x^۳ f(x+۱)}=\sqrt{x^۳\times[(\frac{۱}{۲})^{x-۱}-۱]}\geq ۰$

$\begin{cases} x=۰ \\ (\frac{۱}{۲})^{x-۱}-۱=۰ \to (\frac{۱}{۲})^{x-۱}=۰ \to x=۱ \end{cases}$

$- \; ۰ \; + \; ۱ \; - \qquad D=[۰,۱]$

۳

$f(x)=\sqrt{x+|x-۲|} \qquad f(-x)=\sqrt{-x+|-x+۲|}\geq ۰ \to$

$-x+۲=۰ \to x=۲$

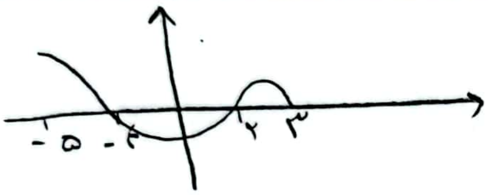
$+ \; ۲ \; -$

۱) $x\leq ۲ \to -x+(-x+۲)=-۲x+۲\geq ۰ \to ۲x\leq ۲ \to x\leq ۱ \to (-\infty,۱]$

۲) $x\geq ۲ \to -x+x-۲=-۲ \times$

$\to D=(-\infty,۱]$

۳



$y=\sqrt{\frac{x-۱}{f(x)}}\geq ۰$

$\begin{cases} x-۱\geq ۰ \to x\geq ۱ \\ f(x)>۰ \to (-\infty,-۴)\cup(۲,۳) \end{cases} \to (۲,۳)$

$\begin{cases} x-۱\leq ۰ \to x\leq ۱ \\ f(x)<۰ \to (-۴,+۲) \end{cases} \to (-۴,۱)$

$\to D_y=(۲,۳)\cup(-۴,۱]$

۳

$y_۱=\frac{۱}{۹x^۴-۷x^۲-۴x-۳}$

$۳x^۲-x-۳=۳x^۲+ax+b$

$a=-۱$

$b=-۳$

$\sqrt{-(a+b)}=۲$

۰

$f(x)=x^۳+x \qquad y=\sqrt{f(x)-f(\frac{۴}{x})}$

$f(x)-f(\frac{۴}{x})=x^۳+x-((\frac{۴}{x})^۳+\frac{۴}{x})=x^۳+x-\frac{۶۴}{x^۳}-\frac{۴}{x}=\frac{x^۶+x^۴-۶۴-۴x^۲}{x^۳}=$

$=(x-۴)\underbrace{(x^۴+۵x^۲+۱۶)}_{\Delta<۰}$

$+ \; -۲ \; - \; ۲ \; +$

۱) $|x|>۲ \to (+) \to x>۰ \to x\geq ۲$

۲) $|x|<۲ \to (-) \to x<۰ \to -۲\leq x<۰$

۳) $|x|=۰ \to ۰ \to x\neq ۰$

$D=[-۲,۰)\cup[۲,+\infty)$

۳

$f(x^3+x)=2x^2-1 \qquad f(2)+f(10) \overset{(*)}{\underset{(**)}{=}} 2+1=3$

$x^3+x=10 \longrightarrow x=2 \quad (*)$

$x^3+x=2 \longrightarrow x=1 \quad (**)$

$f(2)=0 \qquad f(10) \longrightarrow x^3+x-10=0$

$f(2)=2(1)^2-1=1 \qquad f(10)=2(2)^2-1=7$

$7+1=8$

$f(x)=x^3-6x^2+12x$

$g(x)=x^3+9x^2+27x$

$$\frac{g(\sqrt[3]{7}-3)}{f(\sqrt[3]{2}+2)} \overset{①}{\underset{②}{=}} \frac{t^3-27}{t^3+8}=\frac{7-27}{2+8}=\frac{-20}{10}=-2$$

① $\sqrt[3]{7}=t \Rightarrow g(t-3)=(t-3)^3-9(t-3)^2+12(t-3)=$

$(t-3)\left((t-3)^2-9(t-3)+12\right)=(t-3)(t^2-6t+9+9t\cancel{-27}\cancel{+27})=$

$(t-3)(t^2-3t+9)=t^3-27$

② $\sqrt[3]{2}=t \rightarrow f(t+2)=(t+2)^3-6(t+2)^2+12(t+2)=$

$(t+2)\left((t+2)^2-6(t+2)+12\right)=(t+2)(t^2-2t+4)=t^3+8$

$f(x)=\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} \qquad g(x)=\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}$

$f(x)=\sqrt{(\sqrt{x-4}+2)^2}=\sqrt{x-4}+2$

$g(x)=\sqrt{(\sqrt{x-4}-2)^2}=|\sqrt{x-4}-2|$

$x\geq 8 \quad , \quad 2\sqrt{x-4}=a+b\sqrt{x+c}$ ✓

$4\leq x\leq 8 \quad , \quad 4 \qquad a , b\sqrt{x+c}$ /

$$\frac{a+b}{c}=\frac{-1}{2}$$

$$f(x)=\frac{x+2}{x^2-4x+3=0} \rightarrow (x-1)(x-3)=0 \longrightarrow x\neq 1,\ x\neq 3$$

$D_g=\{2, \cancel{1}, \cancel{3}, 0\} \longrightarrow g(2)=1,\ g(0)=4 \qquad f(2)=\frac{4}{-1}=-4,\ f(0)=\frac{2}{3}$

$\frac{g}{f}=\{(2,-\frac{1}{4}),(0,6)\}$

۱۰)

$f(۲x) = \{(\frac{۱}{۲}, ۲), (\frac{۳}{۲}, -۱), (۲, ۲), (-\frac{۱}{۲}, ۴)\}$

$f(x^۲) = \{(۱, ۲), (۹, -۱), (۱۶, ۲), (۱, ۴)\}$

$۲g^۲(x) + ۱ = \{(-۲, ۱۹), (۱, ۳), (۳, ۹), (-۱, ۱۱)\}$

$\frac{۲f}{g} = \{(۱, -۴), (۳, -۱)\}$

۱,۲۵

۱۰ ب)
$$\begin{cases} x^۲ = ۱ \to x = \pm ۱ \\ x^۲ = ۳ \to x = \pm ۳ \\ x^۲ = ۴ \to x = \pm ۲ \\ x^۲ = -۱ \to \times \end{cases} \to \{(\pm ۱, ۲)(\pm \sqrt{۳}, -۱)(\pm ۲, ۲)\}$$

Scanned with CamScanner