۱ -

باران صالحی

الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x \to$

چون بزرگترین توان مرتبه‌ی فرد می‌باشد پس $R_f = \mathbb{R}$

ب) $y = \dfrac{1}{x^2 - 2x}$ $\qquad yx^2 - 2yx - 1 = 0$

$a = y$

$b = -2y$ $\qquad x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$c = -1$

$\dfrac{+2y \pm \sqrt{4y^2 + 4y}}{2y}$

$b^2 - 4ac$

$4y^2 - 4(y)(-1)$

$4y^2 + 4y$ $\qquad \underline{4y^2 + 4y \geq 0}$

$4y^2 + 4y = 0$

$y = 0$

$y = -1$ $\; \big\rangle \; y(4y + 4) = 0$

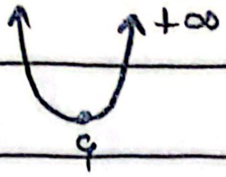
$4y = -4$

$y = -1$

$-\infty$		-1		0		$+\infty$
	$+$		$-$		$+$	

$1(4 \times 1 + 4$

$R_f = \underline{(-\infty, -1] \cup [0, +\infty)}$



$a=1$

$b=-4$

الف) $y = x^2 - 4x + 10$ $\quad c = 10$

$a>0 \to \min$

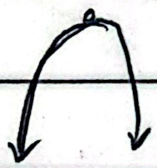
$x = \dfrac{-b}{2a} \to \dfrac{4}{2} = 2$

$y = \dfrac{-\Delta}{4a} \to \dfrac{4ac - b^2}{4a} \to \dfrac{\overset{40}{\cancel{4(1)(10)}} - \overset{16}{\cancel{(-4)^2}}}{4} = 6$

$R_f = [6, +\infty)$

ب) $y = -x^2 + 6x + 3$ $\quad a=-1$

$a<0 \to \max$ ماکز $\quad b=6$



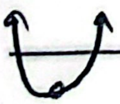
$x = \dfrac{-b}{2a} \quad \dfrac{-6}{-2} = 3$ $\quad c=3$

$y = \dfrac{-\Delta}{4a} \to \dfrac{4ac - b^2}{4a} = \dfrac{\overset{-12}{\cancel{4(-1)(3)}} - \overset{36}{\cancel{(6)^2}}}{-4} = 12$

$R_f = (-\infty, 12]$

---

min



$a>0$

$y = \sqrt{x^2 - 4x - 3}$ $\quad a=1$

$b=-4$

$2 = \dfrac{4}{2} \quad x = \dfrac{-b}{2a}$ $\quad c=-3$

$[-7, +\infty) \to R_f = [0, +\infty)$ $\quad -12$

$y = \dfrac{-\Delta}{4a} \quad 4ac - b^2 \quad 4(1)(-3) - 16$

max

$a<0$

$$y = \sqrt{6x - x^2}$$

$a=-1$

$b=6$

$c=0$

$$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{4ac-b^2}{4a} \rightarrow \frac{\cancel{4(-1)(0)} - \cancel{(6)^2}}{}$$

36

-4

9

$$(-\infty, 9] \rightarrow R_f = [0, 3]$$

۳ـ

الف) $y = x^3 - 5x^2 + 2x + 1$

چون بزرگترین توان آن از مرتبه‌ی فرد می‌باشد

$R_f = \mathbb{R}$

ب) $x^7 - 6x^4 + 3x + 2$

چون بزرگترین توان آن از مرتبه‌ی فرد می‌باشد

$(R_f = \mathbb{R})$

ج) $\sqrt{x^7 - 6x^2 + 5x + 1}$ بزرگترین توانش از مرتبه‌ی فرد می‌باشد ولی زیر رادیکال است پس

$R_f = [0, +\infty)$

د) $y=(x^5-4x^2+3x+1)^2$

چون به توان ۲ رسیده همواره نامنفی می‌باشد

$R_f=[0,+\infty)$

۴- الف) $y=\frac{3x+1}{x-2}$ $\qquad \frac{ax+b}{cx+d}$

$\mathbb{R}-\left\{\frac{a}{c}\right\}$ $\qquad R_f=\mathbb{R}-\{3\}$

ب) $\frac{2x+1}{x+1}$ $\qquad \frac{ax+b}{cx+d}$ $\qquad \mathbb{R}-\left\{\frac{a}{c}\right\}$

$\mathbb{R}-\{2\}$

۵- الف) $y=\sqrt{\frac{2x+4}{x+1}}$ $\qquad \mathbb{R}-\left\{\frac{a}{c}\right\}$

$R_f=[0,+\infty)-\{\sqrt{2}\}$

ب) $y=\sqrt{\frac{3x+1}{2-x}}$ $\qquad \mathbb{R}-\left\{\frac{a}{c}\right\}$

$R_f=[0,+\infty)-\left\{\sqrt{\frac{3}{2}}\right\}$

$a \geq 0$ $\qquad -1 \leq \sin x \leq 1$

-7

الف) $y = \sin x + \dfrac{1}{\sin x}$

$$R_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

ب) $y = \dfrac{x^4+1}{x^3} \rightsquigarrow \dfrac{x^4}{x^3} + \dfrac{1}{x^3}$

$x^3 + \dfrac{1}{x^3} \hookrightarrow R_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

ج) $\dfrac{\sqrt[3]{x^2}+1}{\sqrt[3]{x}} \qquad \dfrac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x}} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$

$\sqrt[3]{x} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{x}} \hookrightarrow R_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

د) $\sqrt{x} + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

$$R_f = [2, +\infty)$$

$$y = x^2 + \frac{1}{x^2+3}$$ ۸

$x^2 + \frac{1}{1} +$

$x^2 + \frac{1}{x^2+1}$ $\quad x^2+1+\frac{1}{x^2+2}$ $\quad 1+1$

$x^2+1+\frac{1}{x^2+1}$

x^2+4+1

$$\Rightarrow y = \frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$$

$\sqrt{x^2+4}$

$$\cancel{\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+4}}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} = \sqrt{x^2+4} + \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$$

$$\sqrt{4} + \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{\cancel{\sqrt{4}}\,2 + 1}{\sqrt{4}} = \frac{3}{\sqrt{4}}$$

$$R_f = \left[\frac{3}{\sqrt{4}}, +\infty\right)$$

$$\frac{-11}{3} + \frac{12}{3}$$

$$-9$$

$$y = |x-3| + |3x+4|$$

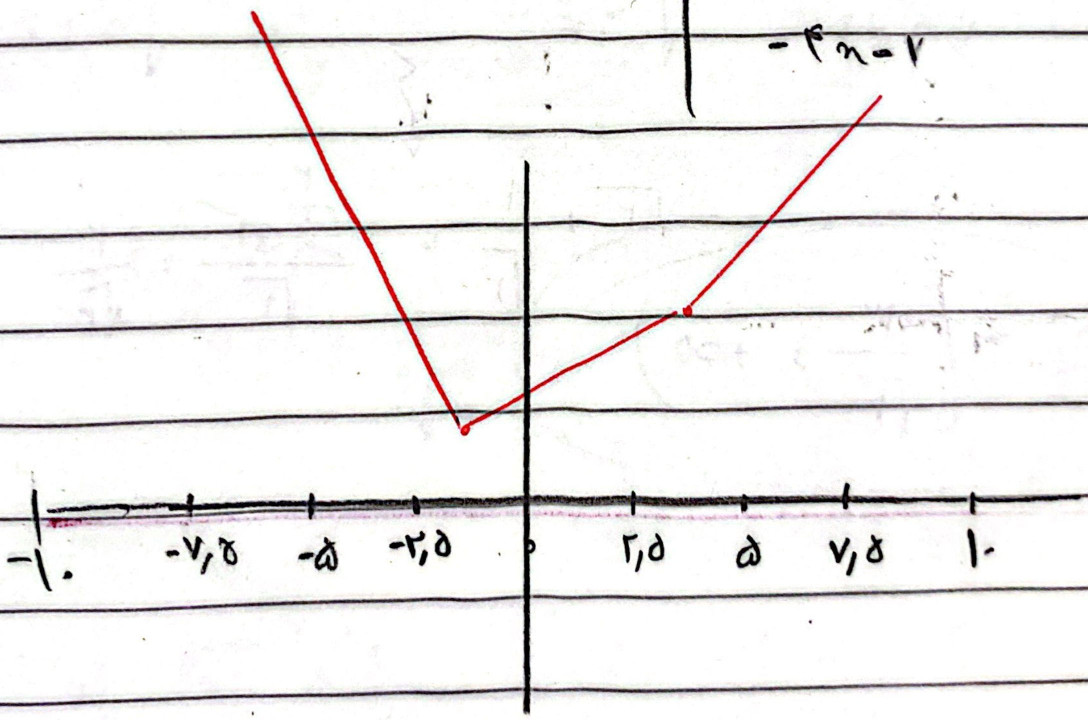
$x-3=0 \qquad 3x+4=0$

$x=3 \qquad 3x=-4$

$x=-\frac{4}{3}$

$x < -\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3} < x < 3$	$x > 3$
$-4x-1$	$3-x+3x+4$	$x-3+3x+4$
	$2x+7$	$4x+1$

$$y=\begin{cases} 4x+1 & x>3 \\ 2x+7 & -\frac{4}{3}<x<3 \\ -4x-1 & x<-\frac{4}{3} \end{cases}$$



۱ـ

الف) $y = |x-۲| + |۲x+۲|$

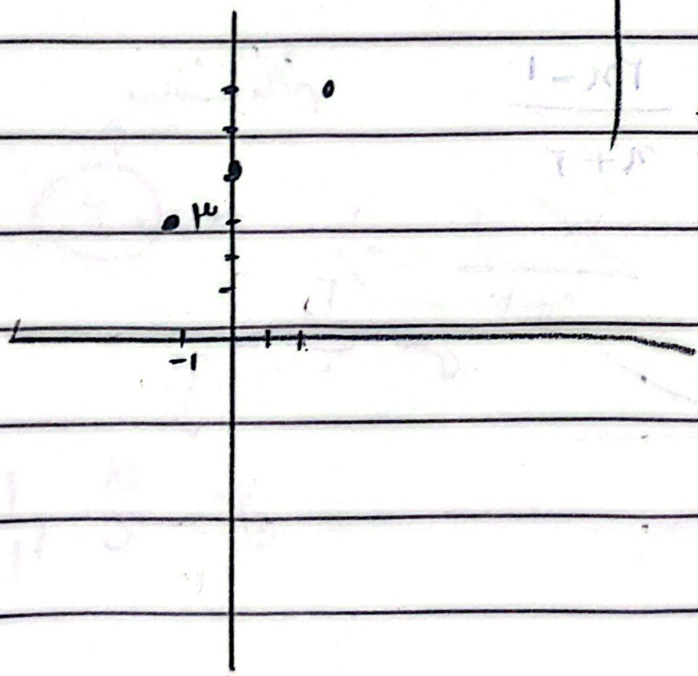
$x-۲ = ۰$ $\qquad$ $۲x+۲ = ۰$

$x = ۲$ $\qquad$ $۲x = -۲$

$x = -۱$

	-۱		۲	
$۲-x-۲x-۲$		$۲-x+۲x+۲$		$x-\cancel{۲}+۲x+\cancel{۲}$
$\underline{-۳x}$		$x+۴$		$\underline{۳x}$

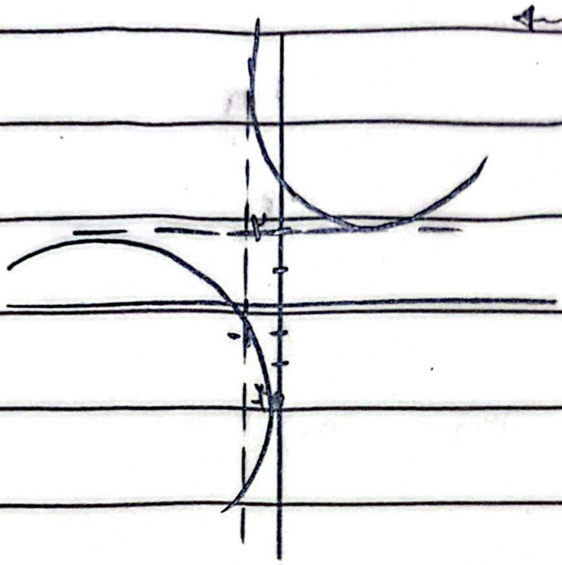
$$y = \begin{cases} ۳x & x > ۲ \\ x+۴ & -۱ \leq x \leq ۲ \\ -۳x & x < -۱ \end{cases}$$



الف) $y = \frac{2x-3}{x+1}$ $\frac{\cancel{2\times} 0-3}{0+1} = -3$

مجانب قائم ← ریشه‌ی مخرج

$x+1=0 \rightarrow x=-1$



مجانب افقی $y = \frac{a}{c}$

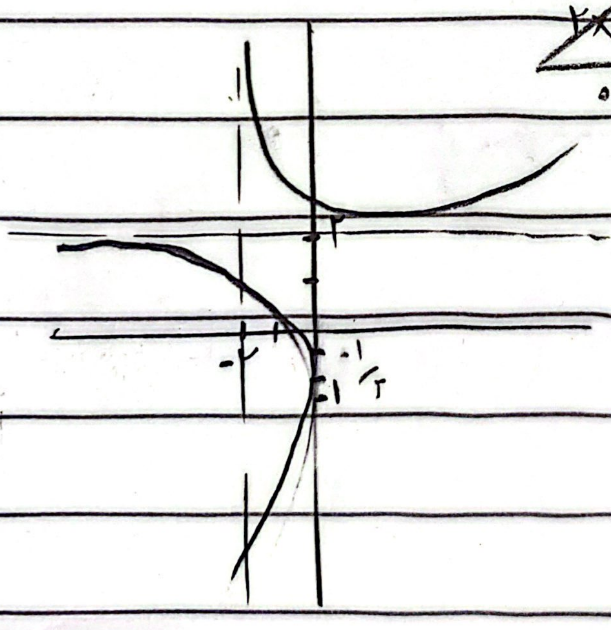
$\frac{2}{1} = 2$

ب) $y = \frac{2x-1}{x+2}$ مجانب قائم

$x = -2$

$\frac{\cancel{2\times} 0-1}{0+2} = -\frac{1}{2}$

مجانب افقی



$y = \frac{a}{c}$ 1