تکلیف شماره ۶

ساینا هاریان

۱) الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x = (x-1)^3 + 1 \Rightarrow y - 1 = (x-1)^3 \Rightarrow \sqrt[3]{y-1} = x - 1$

$R_f = \mathbb{R}$

ب) $y = \frac{1}{x^2 - 2x} \Rightarrow yx^2 - 2yx = 1 \Rightarrow \underset{a}{y}x^2 - \underset{b}{2x}y - \underset{c}{1} = 0$

$b^2 - 4ac \geq 0 \Rightarrow 4y^2 + 4y \geq 0 \Rightarrow 4y(y+1) \geq 0$

$y = -1 , 0$: $+ \; 0 \; - \; 0 \; +$

$\Rightarrow$ برد $= (-\infty, -1] \cup [0, +\infty)$

---

۲) الف) $y = x^2 - 4x + 10$ $\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \to min \\ (2)^2 - 4(2) + 10 = 6 \end{cases}$

برد $= [6, +\infty)$

ب) $y = -x^2 + 6x + 3$ $\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3 \to max \\ -(3)^2 + 6(3) + 3 = 12 \end{cases}$

برد $= (-\infty, 12]$

ج) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 3}$ $\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \to min \\ (2)^2 - 4(2) - 3 = -7 \end{cases}$

$\sqrt{[-7, +\infty)} \Rightarrow [0, +\infty) =$ برد

د) $y = \sqrt{6x - x^2}$ $\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3 \to max \\ 6(3) - (3)^2 = 9 \end{cases}$

برد $= \sqrt{(-\infty, 9]} = [0, 3]$

---

۳) الف) $y = x^3 - 5x^2 + 2x + 1$

بزرگترین توان فرد است — برد $= \mathbb{R}$

ب) $y = x^7 - 6x^4 + 3x + 2$

بزرگترین توان فرد است — برد $= \mathbb{R}$

ج) $\sqrt{x^7 - 6x^2 + 5x + 1}$

زیر رادیکال پس اعداد مثبت — برد $= [0, +\infty)$

د) $y = (x^5 - 4x^3 + 3x + 1)^2$

به توان دو رسیده پس فقط اعداد مثبت — برد $= [0, +\infty)$

---

۴) الف) $y = \frac{3x+1}{x-2} \Rightarrow c = 1 , a = 3$ $R_f = R - \{\frac{c}{a}\} \Rightarrow R_f = R - \{3\}$

ب) $y = \frac{2x+1}{x+1} \Rightarrow c = 1 , a = 2$ $R_f = R - \{\frac{a}{c}\} \Rightarrow R_f = R - \{2\}$

---

۵) الف) $y = \sqrt{\frac{2x+4}{x+1}} \Rightarrow R_f = [0, +\infty) - \{\frac{a}{c}\} = R_f = [0, +\infty) - \{\sqrt{2}\}$

$\sqrt{\frac{2}{1}} = \sqrt{2}$

ب) $y = \sqrt{\frac{3x+1}{2-x}} \Rightarrow y^2 = \frac{3x+1}{2-x} \Rightarrow 2y^2 - xy^2 = 3x + 1 \Rightarrow 2y^2 - 1 = 3x + xy^2$

$\Rightarrow 2y^2 - 1 = x(3 + y^2) \Rightarrow x = \frac{2y^2 - 1}{3 + y^2} \Rightarrow R_f = [0, +\infty)$

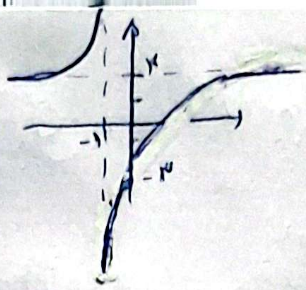
۶-

الف) ۱- : وارون انتقال

$y = \frac{2x-3}{x+1}$

۲ : جا به جایی افقی

$x = -3$ با ... ۳- دیگری

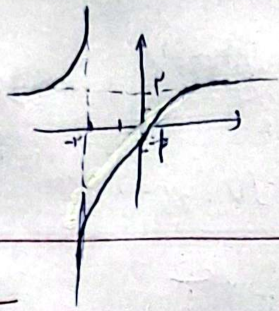


ب) ۱- : وارون انتقال

$y = \frac{2x-1}{x+2}$

$2 = \frac{a}{c}$: جا به جایی افقی

$x = -\frac{1}{2}$ با ... دیگری



---

۷)

الف) $y = \sin x + \frac{1}{\sin x}$

$R_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

a هم بزرگتر و کوچکتر صفر باشد ∈

ب) $y = \frac{x^4+1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2}$

$R_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

ج) $y = \frac{\sqrt[3]{x^2}+1}{\sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

$R_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

د) $y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ $a > 0$

$R_f = [2, +\infty)$

۸- الف) $y = t - 3 \Rightarrow R_f = [\frac{1}{3} - 3, +\infty)$

$y = x^2 + \frac{1}{x^2+3} \Rightarrow y = x^2 + 3 + \frac{1}{x^2+3} - 3$

$t = x^2 + 3 + \frac{1}{x^2+3} \rightsquigarrow R_f = [\frac{10}{3}, +\infty)$

$\Rightarrow [\frac{1}{3}, +\infty)$

ب) $y = \frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+4}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} = \sqrt{x^2+4} + \frac{1}{\sqrt{x^2+4}} \Rightarrow R_f = [\frac{5}{2}, +\infty)$

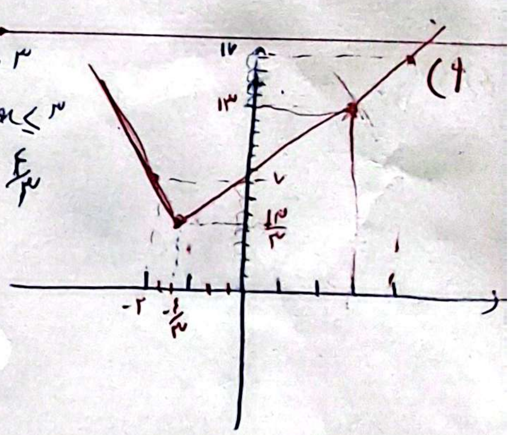
$2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ ⟵ ۲ = کمترین مقدار

---

۹)

$$\begin{cases} x-3+3x+4 & x > 3 \\ -x+3+3x+4 & -\frac{4}{3} \le x \le 3 \\ -x+3-3x-4 & x < -\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+1 & x > 3 \\ 2x+7 & -\frac{4}{3} \le x \le 3 \\ -4x-1 & x < -\frac{4}{3} \end{cases}$$

-2	$-\frac{4}{3}$	3	4
7	$\frac{13}{3}$	13	17

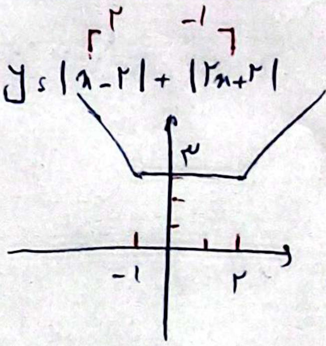


---

۱۰)

الف) $y = |x-2| + |2x+2|$

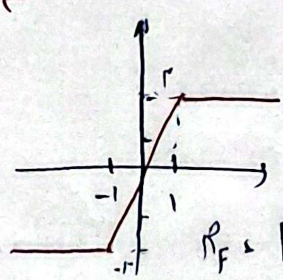
$2 - (-1) = 3$



$R_f = [3, +\infty)$

ب) $y = ||2x-2| - |x+1||$

$1 - (-1) = 2$



$R_f = [-2, 2]$