۱-

الف) $y = x^3 - 3x^2 + 3x$ بزرگترین توان فرد است $R_y = \mathbb{R}$

ب) $y = \dfrac{1}{x^2 - 2x} \Rightarrow yx^2 - 2yx = 1 \Rightarrow yx^2 - 2yx - 1 = 0 \Rightarrow \dfrac{2y \pm \sqrt{4y^2 + 4y}}{2y}$

$(4y^2 + 4y) \geq 0 \Rightarrow 4(y^2 + y) \geq 0 \Rightarrow y^2 + y \geq 0 \Rightarrow y(y+1) \geq 0 \Rightarrow$ (جدول علامت: -1، 0 : $+$ $-$ $+$)

$R_y = (-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$

۲-

الف) $y = x^2 - 4x + 10 \Rightarrow \left\{ \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{4}{2} = 2 ,\ 4 - 8 + 10 = 6 \right\} \Rightarrow R_y = [6, +\infty)$

$a > 0 \Rightarrow a\ min$

ب) $-x^2 + 6x + 3 \Rightarrow \left\{ \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-6}{-2} = 3 ,\ -9 + 18 + 3 = 12 \right\} \Rightarrow R_y = (-\infty, 12]$

$a < 0 \Rightarrow a\ max$

ج) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 3} \Rightarrow \left\{ \dfrac{4}{2} = 2 ,\ 4 - 8 - 3 = -7 \right\} \Rightarrow [-7, +\infty) \xrightarrow{\sqrt{\ }} [0, +\infty)$

$a > 0 \Rightarrow a\ min$

د) $y = \sqrt{6x - x^2} \Rightarrow \left\{ \dfrac{-6}{-2} = 3 ,\ 18 - 9 = 9 \right\} \Rightarrow (-\infty, 9] \xrightarrow{\sqrt{\ }} [0, 3]$

$a < 0 \Rightarrow a\ max$

۳-

الف) $y = x^5 - 5x^4 + 2x + 1 \Rightarrow R_y = \mathbb{R}$

ب) $y = x^7 - 4x^4 + 3x + 2 \Rightarrow R_y = \mathbb{R}$

ج) $y = \sqrt{x^7 - 6x^3 + 5x + 1} \Rightarrow R_y = [0, +\infty)$

د) $(x^5 - 4x^2 + 3x - 1)^2 \Rightarrow R_y = [0, +\infty)$

۴-

الف) $y = \dfrac{3x + 1}{x - 2} \Rightarrow R_y = \mathbb{R} - \{3\}$

ب) $y = \dfrac{2x + 1}{x + 1} \Rightarrow R_y = \mathbb{R} - \{2\}$

۵-

الف) $y = \sqrt{\dfrac{2x + 4}{x + 1}} \Rightarrow R_y = [0, +\infty) - \{\sqrt{2}\}$

ب) $y = \sqrt{\dfrac{3x + 1}{2 - x}} \Rightarrow R_y = [0, +\infty) - \{\sqrt{-3}\} \Rightarrow R_y = [0, +\infty)$

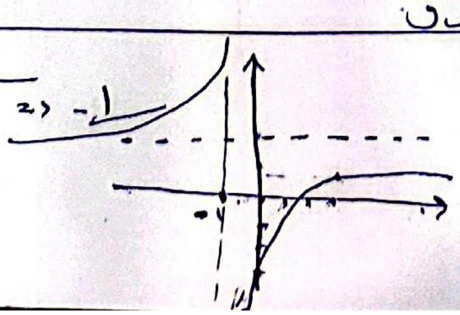
غ ق ق

۶-

الف) $y = \dfrac{2x - 3}{x + 1} \Rightarrow -1$

if $x = 0 \Rightarrow y = -3$

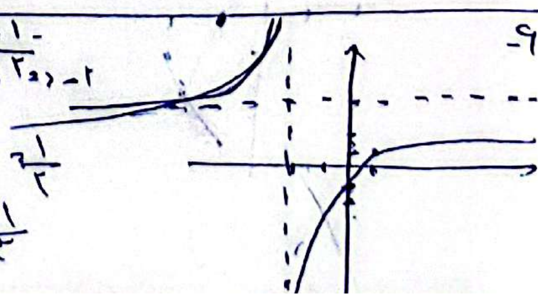
if $x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{2}$



ب) $y = \dfrac{2x - 1}{x + 2} \Rightarrow -2$

if $x = 0 \Rightarrow \frac{-1}{2}$

if $x = 1 \Rightarrow \frac{1}{3}$



۷-

الف) $y=\sin x+\frac{1}{\sin x} \Rightarrow R_y=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

ب) $y=\frac{x^۶+1}{x^۳} \Rightarrow x^۳+\frac{1}{x^۳} \Rightarrow R_y=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

ج) $y=\frac{\sqrt[۳]{x^۲}+1}{\sqrt[۳]{x}} \Rightarrow \sqrt[۳]{x}+\frac{1}{\sqrt[۳]{x}} \Rightarrow R_y=(-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

د) $y=\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow R_y=[۲,+\infty)$

۸-

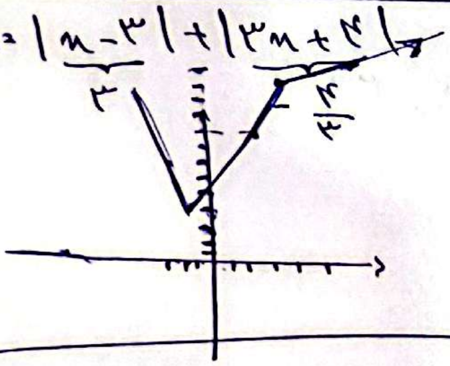
$y=x^۲+\frac{1}{x^۲+۳} \Rightarrow x^۲+\frac{1}{x^۲+۳}+۳-۳ \Rightarrow x^۲+۳+\frac{1}{x^۲+۳}-۳ \overset{x=0}{\Longrightarrow} y=\frac{1}{۳} \Rightarrow R_y=[\frac{1}{۳},+\infty)$

ب) $y=\frac{x^۲+۵}{\sqrt{x^۲+۴}} \Rightarrow \frac{x^۲+۴+1}{\sqrt{x^۲+۴}} \Rightarrow \sqrt{x^۲+۴}+\frac{1}{\sqrt{x^۲+۴}} \overset{x=0}{\Longrightarrow} \sqrt{۴}+\frac{1}{\sqrt{۴}} \Rightarrow ۲+\frac{1}{۲}=\frac{۵}{۲}$

$R_y=[\frac{۵}{۲},+\infty)$

۹-

$y=|\underbrace{x-۳}_{۳}|+|\underbrace{۳x+۴}_{-\frac{۴}{۳}}|$



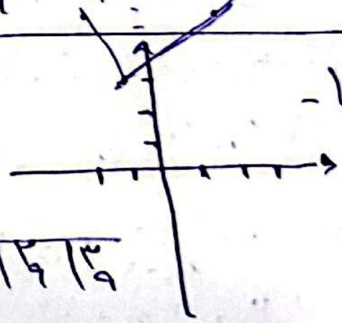
$-x+۳-۳x-۴$	$-x+۳+۳x+۴$	$x-۳+۳x+۴=۴x+1$
$-۴x-1$	$۲x+۷$	

-۲	$-\frac{۴}{۳}$	۳	۴
۷	$-\frac{۸}{۳}+\frac{۲۱}{۳}=\frac{۱۳}{۳}=۴.۳$	۱۳	۱۷

۱۰-

$y=|\underbrace{x-۲}_{۲}|+|\underbrace{۲x+۲}_{-1}| \Rightarrow \begin{cases} ۳x & x\geq ۲ \\ x+۴ & ۲\geq x\geq -1 \\ -۳x & -1\geq x \end{cases} \Rightarrow$

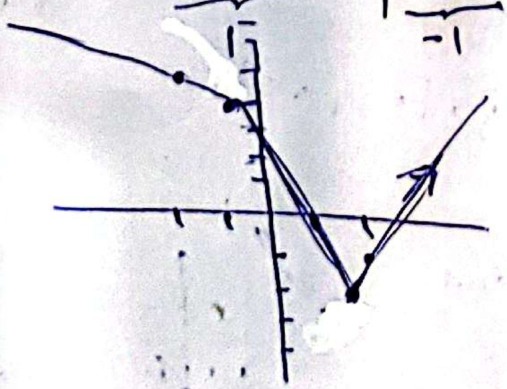
-۲	-۱	۲	۳
۶	۳	۶	۹



$R_y=[۳,+\infty)$

ب) $y=|\underbrace{۲x-۲}_{۱}|-|\underbrace{x+1}_{-1}| \Rightarrow \begin{cases} x-۳ & x\geq 1 \\ -۳x+1 & 1\geq x\geq -1 \\ -x+۳ & -1\geq x \end{cases} \Rightarrow$

-۲	-۱	۱	۲
۵	۴	-۲	-۱



$R_y=[-۲,-\infty)$