

پہ یا احسنی

.1

$$\text{الف) } y = x^3 - 3x^2 + 3x$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$x \rightarrow a, b=1$$

$$(x-1)^3 = \underbrace{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}_{\text{بقایا و باقی}}$$

$$y = x^3 - 3x^2 + 3x = \underbrace{(x-1)^3 + 1}_{\text{بقایا و باقی}} \rightarrow y-1 = (x-1)^3$$

$$R \Rightarrow (-\infty, +\infty)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{x^3 - 3x^2} \rightarrow y = \frac{1}{(x-1)^3 - 1}$$

$$x^3 - 3x^2 = (x-1)^3 - 1$$

$$y(x-1)^3 - y = 1 \rightarrow y(x-1)^3 = 1+y \rightarrow (x-1)^3 = \frac{1+y}{y}$$

$$\frac{1+y}{y} \geq 0 \rightarrow \frac{1}{y} + \frac{y}{y} \geq 0 \rightarrow \frac{1}{y} + 1 \geq 0 \rightarrow \frac{1}{y} \geq -1 \rightarrow$$

$$y \leq -1 \rightarrow y \in (-\infty, -1]$$

$$\left. \begin{array}{l} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{array} \right\} (x-1)^3 - 1 \in [-1, 0) \cup (0, +\infty)$$

بررسی بازه ها:

$$[-1, 0) \rightarrow \left[y = \frac{1}{-1} = -1, \underbrace{y = \frac{1}{0}}_{\text{نقطه تنوع } y \rightarrow \pm\infty} \right)$$

$$(0, +\infty) \rightarrow \left(-\infty, \underbrace{y = \frac{1}{+\infty}}_{\text{نقطه تنوع } y \rightarrow 0} \right)$$

$$R \Rightarrow (-\infty, -1] \cup (0, +\infty)$$

پریا امینی

-۲

$$\text{الف) } x^2 - 4x + 10 \rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\min = y_s = 4 - 16 + 10 = 4 \rightarrow [4, +\infty) \Rightarrow R$$

$$\rightarrow -x^2 + 4x + 3 \rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$\max = y_s = -9 + 16 + 3 = 10 \rightarrow (-\infty, 10] \Rightarrow R$$

$$\text{ب) } \sqrt{x^2 - 4x - 3}$$

$$x_s = \frac{-b}{2a} \rightarrow \frac{4}{2} = 2 \rightarrow \min = y_s = 4 - 8 - 3 = -7$$

$$[\sqrt{-7}, +\infty) \rightarrow \sqrt{-7} \text{ تعریف نشده}$$

$$\text{تعیین علامت} \rightarrow x^2 - 4x - 3 \geq 0 \rightarrow \begin{array}{c|c|c|c|} 2-\sqrt{7} & 2+\sqrt{7} & & \\ + & - & + & \end{array}$$

$$D \Rightarrow (-\infty, 2-\sqrt{7}] \cup [2+\sqrt{7}, +\infty)$$

پس کجایه (مقدار رادیکال می تواند منفی باشد)

$$R \Rightarrow [0, +\infty)$$

$$\text{ج) } \sqrt{4x - x^2} \rightarrow \sqrt{-x^2 + 4x}$$

$$x_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$\max = 16 - 4 = 12$$

کجایه (مقدار رادیکال منفی است)

$$[0, \sqrt{4}] \Rightarrow R \rightarrow [0, 2] \Rightarrow R$$

-۳

$$\text{الف) } y = x^3 - 5x^2 + 2x + 1 \rightarrow \text{درجه فرد است} \rightarrow R = \mathbb{R}$$

$$\text{ب) } y = x^4 - 4x^3 + 3x + 2 \rightarrow \text{درجه فرد است} \rightarrow R = \mathbb{R}$$

$$\text{ج) } y = \sqrt{x^4 - 4x^2 + 5x + 1} \rightarrow \text{درجه فرد رادیکال} \rightarrow R = [0, +\infty)$$

$$\text{د) } y = (x^4 - 4x^2 + 3x + 1)^2 \rightarrow \text{درجه فرد توان زوج} \rightarrow R = [0, +\infty)$$

برای مینی
-۲

$$\text{الف) } y = \frac{2n+1}{n-2} \rightarrow yn - 2y = 2n+1 \rightarrow yn - 2n = 2y+1 \rightarrow$$

$$n(y-2) = 2y+1 \rightarrow n = \frac{2y+1}{y-2} \rightarrow y \neq 2 \rightarrow R \in \mathbb{R} - \{2\}$$

$$\text{ب) } y = \frac{2n+1}{n+1} \rightarrow yn + y = 2n+1 \rightarrow yn - 2n = -y+1 \rightarrow$$

$$n(y-2) = -y+1 \rightarrow n = \frac{-y+1}{y-2} \rightarrow y \neq 2 \rightarrow R \in \mathbb{R} - \{2\}$$

Arman

- ٣ -

$$y = \sqrt{\frac{2n+2}{n+1}} \rightarrow R = [0, +\infty) - \{2\} \text{ جانب افقی}$$

$$y = \sqrt{\frac{2n+1}{2-n}} \rightarrow R = [0, +\infty) - \{-2\}$$

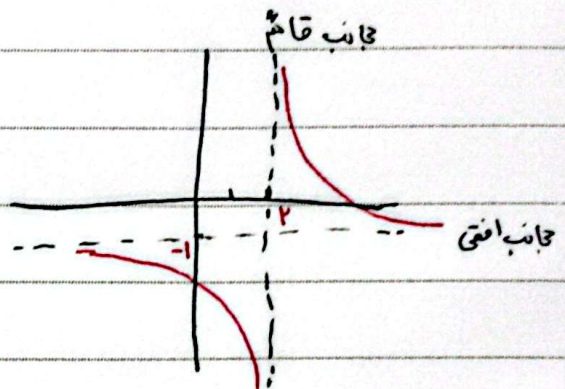
- ٤ -

$$\text{الف) } y = \frac{2n-3}{n+1}$$

$$n+1=0 \rightarrow n=-1 \text{ قائم}$$

$$\frac{y}{1} = 2$$

افقی

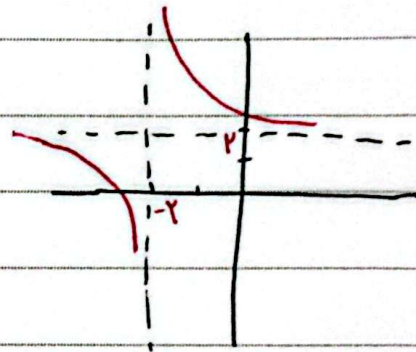


$$\Rightarrow \frac{2n-1}{n+2} = y$$

$$n+2=0 \rightarrow n=-2 \text{ قائم}$$

$$\frac{y}{1} = 2$$

افقی



- ٥ -

$$\text{الف) } y = \sin n + \frac{1}{\sin n} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sin n > 0 \rightarrow Ry = [2, +\infty) \\ \sin n < 0 \rightarrow Ry = (-\infty, -2] \end{array} \right\} Ry = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

$$\Rightarrow y = \frac{n^4+1}{n^2} \rightarrow y = \frac{n^4}{n^2} + \frac{1}{n^2} \rightarrow y = n^2 + \frac{1}{n^2} \rightarrow$$

$$R = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

پیر یا عینی
- v

$$2) y = \frac{\sqrt[3]{x^2} + 1}{\sqrt[3]{x}} \rightarrow y = \frac{\sqrt[3]{x} \times \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \rightarrow$$

$$y = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \rightarrow R = (-\infty, -\sqrt[3]{2}] \cup [\sqrt[3]{2}, +\infty)$$

$$3) \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = y \rightarrow \sqrt{x} > 0 \rightarrow R = [\sqrt{2}, +\infty)$$

$$\Delta \quad y = x^2 + \frac{1}{x^2 + 3}$$

مداقل مقدار x^2 برابر صفر است پس حداقل عبارت برابر $\frac{1}{3}$ است. $\rightarrow$ حداقل

حدودیت وجود ندارد $x^2 \neq -3$

$$R_y = [\frac{1}{3}, +\infty)$$

$$\rightarrow y = \frac{x^2 + 4}{\sqrt{x^2 + 4}} \rightarrow \frac{x^2 + 4 + 1}{\sqrt{x^2 + 4}} = \sqrt{x^2 + 4} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

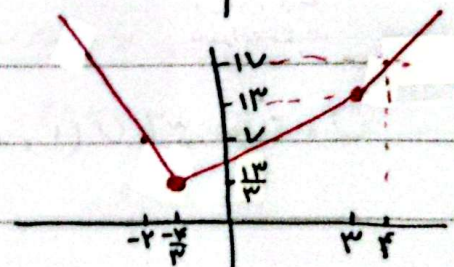
$$R = [\sqrt{2}, +\infty)$$

- 9

$$y = |x - 3| + |3x + 4|$$

$x < -\frac{4}{3}$	$-\frac{4}{3} \leq x \leq 3$	$x > 3$
$-x + 3 - 3x - 4 = -4x - 1$	$-x + 3 + 3x + 4 = 2x + 7$	$x - 3 + 3x + 4 = 4x + 1$

$$y = \begin{cases} x < -\frac{4}{3} ; -4x - 1 & \begin{matrix} x | -\frac{4}{3} & -1 \\ y | \frac{11}{3} & 5 \end{matrix} \\ -\frac{4}{3} \leq x \leq 3 ; 2x + 7 & \begin{matrix} x | -\frac{4}{3} & 3 \\ y | \frac{11}{3} & 13 \end{matrix} \\ x > 3 ; 4x + 1 & \begin{matrix} x | 3 & 4 \\ y | 13 & 17 \end{matrix} \end{cases}$$



پیرامیٹری

- ۱۰

$$الف) y = |x-2| + |2x+2| \rightarrow R = [4, +\infty) \quad \text{گدائی}$$

$$ب) y = |2x-2| - |x+1| \rightarrow R = [-4, -2] \quad \text{آبشاری}$$