۱۹

نام و نام خانوادگی ...هستی بلکوتی‌خواه... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۷... کلاس ...یازدهم (A)...

۱

الف) $y = x + |2x-4|$

۲ به راست، ۰ به پایین

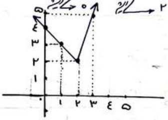
$f(x)\begin{cases} 3x-4 & x>2 \\ -x+4 & x<2 \end{cases}$

$f(3) = 3(3)-4 = 5$

$f(2) = 3(2)-4 = 2$

$f(1) = -(1)+4 = 3$

$f(0) = -(0)+4 = 4$



$R(f): [2, +\infty)$

ب) ریشه‌گیری قدر مطلق

	0	1	2	
$-x+3$	$-3x+3$	$-x+1$	$x-3$	

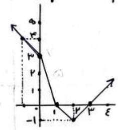
$f(3) = 0$

$f(2) = -1$

$f(1) = 0$

$f(0) = 3$

$f(-1) = 4$



$R(f) = [-1, +\infty)$

۵

۲

$y = |3x-3| - |x+2| = k$

ریشه‌ها 1 و -2

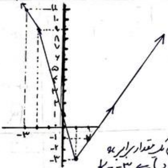
	-2	1	
$-2x+5$	$-4x+1$	$2x-5$	

$f(2) = -1$

$f(1) = -3$

$f(-2) = 9$

$f(-3) = 11$



$K = -3$

تنها نقطه‌ای که برای آن یک مقدار برای x وجود دارد (یک ریشه دارد) $\Leftarrow K=-3$

۵

۳

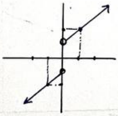
الف) $y = x + \frac{x}{|x|}$

$f(x)\begin{cases} x+1 & x>0 \\ x-1 & x<0 \end{cases}$

$f(1) = 1+1 = 2$

$f(0) =$ ن ت $\begin{cases} 0+1=1 \\ 0-1=-1 \end{cases}$

$f(-1) = -1-1 = -2$



ب) $y = x|x| - \frac{x}{|x|}$

$f(x)\begin{cases} x^2-1 & x>0 \\ -x^2+1 & x<0 \end{cases}$

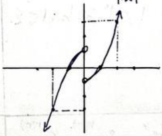
$f(2) = 3$

$f(1) = 0$

$f(0) =$ ن ت $\begin{cases} -1 \\ 1 \end{cases}$

$f(-1) = 0$

$f(-2) = -3$



۵

۴

الف) $y = [x] - 2x$

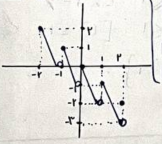
$[0,1) = 0 - 2x \quad 0=0 \quad 1=-2$

$[1,2) = 1 - 2x \quad 1=-1 \quad 2=-3$

$\{2\} = 2 - 2x = -2$

$[-1,0) = -1 - 2x \quad -1=1 \quad 0=-1$

$[-2,-1) = -2 - 2x \quad -2=2 \quad -1=0$



ب) $y = [x]|x|$

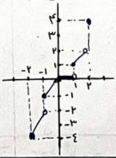
$[0,1) = 0 \quad 0=0 \quad 1=0$

$[1,2) = x \quad 1=1 \quad 2=2$

$\{2\} = 2x = 4$

$[-1,0) = (-1)(-x) \quad -1=-1 \quad 0=0$

$[-2,-1) = (-2)(-x) \quad -2=-4 \quad -1=-2$



۵

۵

الف) $y = 3x - [3x] \qquad 3x = a$

$0 \leq a - [a] < 1$

$R: [0, 1)$

ب) $y = 4x - 4[x] = 4(x - [x])$

$0 \leq x - [x] < 1$

$0 \leq 4(x-[x]) < 4 \qquad R: [0, 4)$

ج) $y = x - 5\left[\frac{x}{5}\right] \qquad \left[\frac{x}{5}\right] = a : a \leq \frac{x}{5} < a+1$

$5\left[\frac{x}{5}\right] = 5a : 5a \leq x < 5a+5$

$0 \leq x - 5a < 5$

$5a = 5\left[\frac{x}{5}\right] : 5\left[\frac{x}{5}\right]$

$R: [0, 5)$

د) $y = [2x] - 2x \qquad 2x = a$

$[a] - a = -(a - [a])$

$-1 < [a] - a \leq 0 \qquad R: (-1, 0]$

۵

الف) $y = 3\sin x + 2\cos x$

$-\sqrt{2^2+3^2} \le y \le +\sqrt{2^2+3^2} \to -\sqrt{13} \le y \le \sqrt{13}$

$R: [-\sqrt{13}, \sqrt{13}]$

ب) $y = 4\sin x + (-3)\cos x$

$-\sqrt{4^2+(-3)^2} \le y \le +\sqrt{4^2+(-3)^2} \to -5 \le y \le 5$

$R: [-5, 5]$

5

6

ج) $y = [2\sin x + 5\cos x]$

$-\sqrt{2^2+5^2} \le y \le \sqrt{2^2+5^2} \to -\sqrt{29} \le y \le \sqrt{29}$

$R: \{-6,-5,-4,-3,-2,-1, 1,2,3,4,5\}$ $[-\sqrt{29}] = -6$ $[\sqrt{29}] = 5$

د) $y = \sqrt{(-2)\sin x + \cos x}$

$-\sqrt{(-2)^2+1^2} \le y \le \sqrt{(-2)^2+1^2} \to -\sqrt{5} \le y \le \sqrt{5}$

$R: \sqrt{[-\sqrt{5}, \sqrt{5}]} = [\ , \sqrt[4]{5}] = [0, \sqrt[4]{5}]$

الف) $y = \sin^2 x + 3\sin x + 2$

$\begin{cases} \max = 1 \\ \min = -1 \\ \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2} \text{ غ ق ق} \end{cases}$

$-1 \le \sin x \le 1 \longrightarrow$

$\sin x = 1 \to y = 6$

$\sin x = -1 \to y = 0$

$R: [0, 6]$

ب) $y = 2\sin^2 x + 3\sin x + 2$

$\begin{cases} \max = 1 \\ \min = -1 \\ \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{4} \end{cases}$

$-1 \le \sin x \le 1 \longrightarrow$

$\sin x = 1 \to y = 7$

$\sin x = -1 \to y = 1$

$\sin x = \frac{-3}{4} \to y = 2(\frac{-3}{4})^2 + 3(\frac{-3}{4}) + 2 = \frac{7}{8}$

$R: [\frac{7}{8}, 7]$

5

7

الف) $y = \sin^2 x + 4\cos^2 x$

$y = \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_{1} + 3\cos^2 x = 3\cos^2 x + 1$

$0 \le \cos^2 x \le 1 \to 1 \le 3\cos^2 x + 1 \le 4$

$R: [1, 4]$

ب) $y = \frac{2\cot x}{1+\cot^2 x} = \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{1}{\sin^2 x}} = 2\sin x\cos x$

$2\sin x\cos x = \sin 2x$

$-1 \le \sin 2x \le 1$

$R: [-1, 1]$

5

8

الف) $y = \sin^6 x + \cos^6 x = \sin^{2(3)} x + \cos^{2(3)} x$

$2^{1-k} \le \sin^{2k} x + \cos^{2k} x \le 1$

$2^{1-3} \le \sin^6 x + \cos^6 x \le 1$

$2^{-2} \le \sin^6 x + \cos^6 x \le 1$

$R: [\frac{1}{4}, 1]$

ب) $y = [\sin^8 x + \cos^8 x] = [\sin^{2(4)} x + \cos^{2(4)} x]$

$2^{1-4} \le \sin^8 x + \cos^8 x \le 1$ $[\frac{1}{8}] = 0$

$\frac{1}{8} \le \sin^8 x + \cos^8 x \le 1$ $[1] = 1$

$R: \{y \mid y \in \mathbb{Z}, 0 \le y \le 1\}$

$R: \{0, 1\}$

5

9

الف) $yx + 4y = 2x^2 + 7x - 4$ $\Delta = b^2 - 4ac$

$2x^2 + (7-y)x + (-4y-4) = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ $x = \frac{y-7 \pm \sqrt{(7-y)^2 - 4(2)(-4y-4)}}{4}$

$(7-y)^2 - 4(2)(-4y-4) \ge 0$

$y^2 + 18y + 81 \ge 0$

$(y+9)^2 \ge 0$ همواره برقرار

$R: \mathbb{R}$

$\frac{\cancel{(x+4)}(2x-1)}{\cancel{(x+4)}}$

$x \ne -4$ $R = \mathbb{R} - \{-9\}$

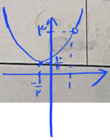
ب) $y = \frac{x^3-1}{x-1} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)} = x^2+x+1$

$\frac{-b}{2a} = \frac{-1}{2} \xrightarrow{\text{جایگذاری}} (\frac{-1}{2})^2 + (\frac{-1}{2}) + 1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$

ریشه مخرج $= x-1=0$ $x=1$ $a=1>0 \to \min$ دارد

برازای ریشه مخرج $\xrightarrow{\text{جایگذاری}} (1)^2 + (1) + 1 = 3$ برد شامل $\boxed{3}$ نمی‌شود.

$R: [\frac{3}{4}, +\infty) - \{\cancel{3}\}$



1

10