۱۸٫۵

پریا امینی

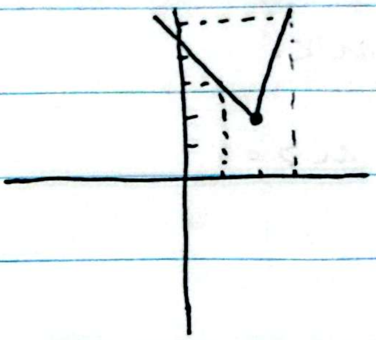
-۱

۵

$y=x+|۲x-٤|$

x	$x<۲$	۲	$x>۲$
y	$x-۲x+٤=$ $-x+٤$		$x+۲x-٤=$ $۳x-۴$

$$y\begin{cases}٤-x\ ;\ x\leq ۲\\ ۳x-٤\ ;\ x>۲\end{cases}$$

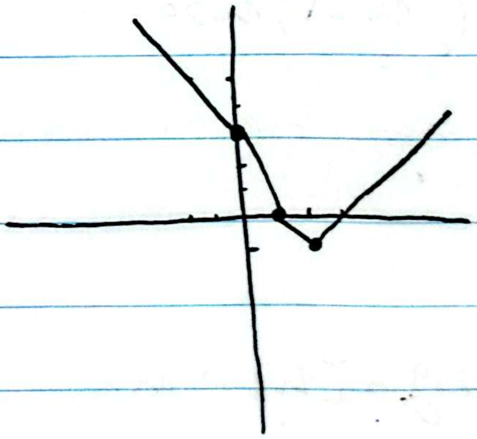


$R_y=[۲,+\infty)$

ب) $y=|x-۲|+|x-۱|-|x|$

x	$x<۰$	$۰<x<۱$	$۱<x<۲$	$x>۲$
y	$-x+۳$	$-۳x+۳$	$-x+۱$	$x-۳$

$$y\begin{cases}-x+۳\ ;\ x<۰\\ -۳x+۳\ ;\ ۰\leq x\leq ۱\\ -x+۱\ ;\ ۱<x<۲\\ x-۳\ ;\ x\geqslant ۲\end{cases}$$



$R_y=[-۱,+\infty)$

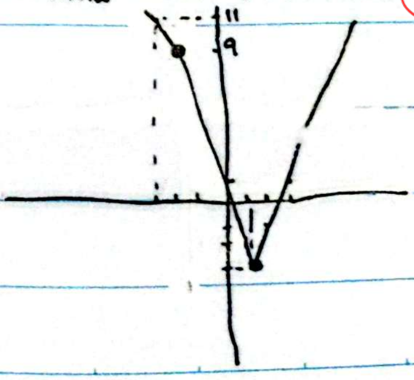
-۲

۵

$|۳x-۳|-|x+۲|=k$

x	$x<-۲$	$-۲<x<۱$	$x>۱$
y	$-۳x+۳+x+۲=-۲x+۵$	$-۳x+۳-x-۲=$ $-۴x+۱$	$۳x-۳-x-۲=۲x-۵$

$$\begin{cases}-۲x+۵\ ;\ x<-۲\\ -٤x+۱\ ;\ -۲\leq x\leq ۱\\ ۲x-۵\ ;\ x>۱\end{cases}$$



اگر خط k رسم شود در همه‌ی نقاط با نمودار ۲ برخورد دارد

پس ۲ ریشه داریم، به جز نقطه‌ی $\overset{۱}{-۳}$ | ۹ پس $y=k$

در واقع $y=-۳$ است پس $k=-۳$

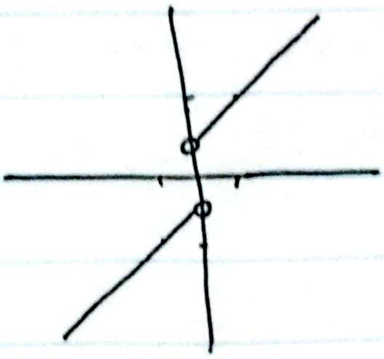
پریا امینی

۳-

الف) $y = x + \frac{x}{|x|}$

x	$x<0$	0	$x>0$
y	$x-1$	∄	$x+1$

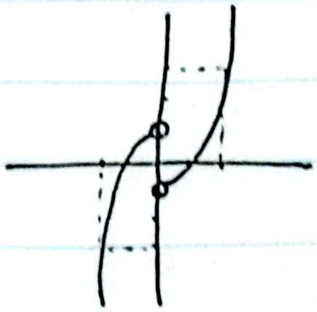
$$y \begin{cases} x-1 ; x<0 \\ x+1 ; x>0 \end{cases}$$



$y = x|x| - \frac{x}{|x|}$

x	$x<0$	0	$x>0$
y	$-x^2+1$	∄	x^2-1

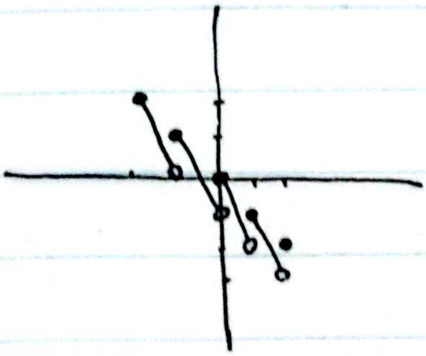
$$y \begin{cases} 1-x^2 ; x<0 \\ x^2-1 ; x>0 \end{cases}$$



۴- $[-2,2]$

الف) $y = [x] - 2x$

$-2 \geqslant x > -1 \longrightarrow -2x-2$
$-1 \geqslant x > 0 \longrightarrow -2x-1$
$0 \geqslant x > 1 \longrightarrow -2x$
$1 \geqslant x > 2 \longrightarrow 1-2x$
$x = 2 \longrightarrow 2-2x$



پریا امینی

۱۴ـ ادامه

ب) $y = [x]|x|$

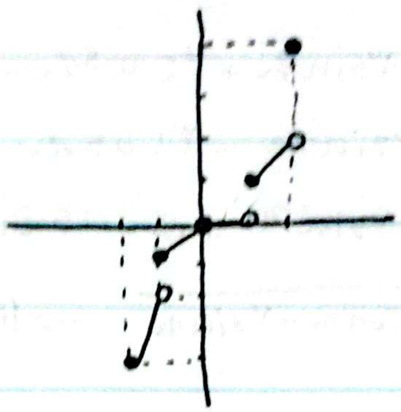
$-2 \le x < -1 \to 2x$

$-1 \le x < 0 \to x$

$0 \le x < 1 \to 0$

$1 \le x < 2 \to x$

$x = 2 \to 4$



۱۵ـ

۱,۷۵

$\xrightarrow{3x=t} t-[t]$

الف) $y = 3x - [3x] \longrightarrow Ry = [0,1)$

ب) $y = 4x - 4[x] \longrightarrow 4(\underbrace{x-[x]}_{[0,1)}) \longrightarrow Ry = [0,4)$

ج) $y = x - 5[\frac{x}{5}] \xrightarrow{\frac{x}{5}=t} y = 5t - 5[t] \longrightarrow$

$y = 5(\underbrace{t-[t]}_{[0,1)}) \longrightarrow Ry = [0,5)$

د) $y = [2x] - 2x \xrightarrow{2x=t} y = [t] - t \longrightarrow Ry = [0,-1)$

$(-1,0]$

پریا امینی

-۶

۱,۷۵

الف) $y=۳\sin x+۲\cos x \to R_y=[-\sqrt{۱۳},\sqrt{۱۳}]$

ب) $y=۴\sin x-۳\cos x \to R_y=[-۵,۵]$

ج) $y=[۲\sin x+۵\cos x] \to R_y=[-\sqrt{۲۹},\sqrt{۲۹}]$ → فقط اعداد صحیح

د) $y=\sqrt{\cos x-۲\sin x} \to R_y=[۰,\sqrt{\sqrt{۵}}]$

-۷

الف) $\sin^۲ x+۳\sin x+۲$

$\sin x \to R=[-۱,۱]$

$\sin x=t \to t^۲+۳t+۲=y$

$f(-۱)=۱-۳+۲=۰$

$f(۱)=۱+۳+۲=۶$

$R_y=[۰,۶]$

۱,۷۵

ب) $y=۲\sin^۲ x+۳\sin x+۲$

$-۱ \to y=۱ \to \min$

$۱ \to y=۷$

$\frac{-b}{۲a} \to \frac{-b}{۲a}=\frac{-۳}{۴} \to y=۷,۸ \to \max$

$R_y=[۱,۷,۸]$

$[\frac{۷}{۸},۷]$

-۸

۲

الف) $y=\sin^۲ x+۴\cos^۲ x \to \underbrace{\sin^۲ x+\cos^۲ x}_{۱}+۳\cos^۲ x$

$y=۱+۳\cos^۲ x$ $R_y=[۱,۴]$

ب) $y=\frac{۲\cot x}{۱+\cot^۲ x} \to \frac{\frac{۲\cot x}{۱}}{\frac{۱}{\sin^۲ x}}=۲\times\frac{\cos x}{\cancel{\sin x}}\times\sin^{\cancel{۲}} x=$

$۲\sin x\cos x=\sin ۲x$ $R_y=[-۱,۱]$

پریا امینی

۹-

الف) $y=\sin^۶ x+\cos^۶ x \to (\overset{۱}{\cancel{\sin^۲ x+\cos^۲ x}})(\underbrace{\sin^۴ x+\cos^۴ x}-\sin^۲ x\cos^۲ x)$

$\underset{۱}{(\cancel{\sin^۲ x+\cos^۲ x})}^۲-۲\sin^۲ x\cos^۲ x$

۲

$\longrightarrow (۱-۲\sin^۲ x\cos^۲ x)-\sin^۲ x\cos^۲ x=۱-۳\sin^۲ x\cos^۲ x$

چک نویس ←

$\sin ۲x=۲\sin x\cos x$

$\sin^۲ ۲x=۴\sin^۲ x\cos^۲ x$

$\sin^۲ x\cos^۲ x=\frac{\sin^۲ ۲x}{۴}$

پس ←

$۱-۳\cos^۲ x\sin^۲ x=۱-۳\times\frac{\sin^۲ ۲x}{۴}$

$\sin^۲ ۲x\longrightarrow[۰,۱]$

$\frac{۳}{۴}\sin^۲ ۲x\longrightarrow[۰,\frac{۳}{۴}]$

$۱-\frac{۳}{۴}\sin^۲ x\longrightarrow[\frac{۱}{۴},۱]$

ب) $y=[\sin^۸ x+\cos^۸ x]$

$۲^{-۳}\leq\sin^۸ x+\cos^۸ x\leq ۱\longrightarrow\frac{۱}{۸}\leq\sin^۸ x+\cos^۸ x\leq ۱$

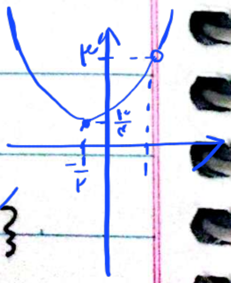
$R_y=\{۰,۱\}$

$x\neq-۴\to R=\mathbb{R}-\{-۹\}$

الف) $y=\frac{۲x^۲+۷x-۴}{x+۴}=\frac{(۲x-۱)\cancel{(x+۴)}}{\cancel{x+۴}}=۲x-۱$

۱٫۵

$R_y=\mathbb{R}-\{-۴\}$



ب) $y=\frac{x^۳-۱}{x-۱}\longrightarrow\frac{\cancel{(x-۱)}(x^۲+x+۱)}{\cancel{x-۱}}\longrightarrow x^۲+x+۱$

$x_s=\frac{-۱}{۲}\to y_s=\frac{۳}{۴}\to\min$ $R_y=[\frac{۳}{۴},+\infty)-\{\cancel{۱}\}$