به نام خدا — ستایش خدایی — یازدهم دختر A

۱۷٫۵

Date: Subject:

۱) $f(x)=\begin{cases}\cot\frac{\pi}{4} & x\le 1\\ \sqrt{x^2+1} & x>1\end{cases}$ ، $= f(f(\frac{2}{3}))$

$\cot\frac{\pi}{6}=\sqrt{3}$

(۲)

$f(\sqrt{3})=2$

۲ الف) $f(\frac{1}{x})=\sqrt{\frac{2x-1}{x^2}}$ ، $g(x)=2\cos^2 x$ مقدار $fog(\frac{\pi}{3})$

۱٫۵

$f(\frac{1}{x})=f(\frac{1}{2})$

$x=2$

$g(\frac{\pi}{3})=2\cos^2\frac{\pi}{3}=2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ $\quad fog(\frac{\pi}{3})=0$

$f(\frac{1}{2})=\sqrt{\frac{0}{\cancel{x^2}}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

۲ ب) $f(x)=[x]$ ، $g(x)=\frac{x}{1-x}$ ، $fog(\sqrt{2})$

$g(\sqrt{2})=\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\times\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}+2}{-1}=-\sqrt{2}-2$

$f(-\sqrt{2}-2)=[-\sqrt{2}-2]=-4$

---

۳) $f(x)=\sin x$ ، $g(x)=x\sqrt{1-x^2}$ ، $gof(\frac{\pi}{4})=?$

(۲)

$f(\frac{\pi}{4})=\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$g(\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{1-\frac{2}{4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\cancel{\sqrt{2}}}\times\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{2}$

$\frac{1}{2}$

$g(x)=\{(٤,٦)(٢,٤)(٦,٨)(٨,١٠)\}$ ، $f(x)=\{(٤,٥)(٦,٥)(٨,١٢)(١٠,١٢)\}$ ٤

$f(g(x))=\{(٤,٥)(٢,٥)(٦,١٢)(٨,١٢)\}$

٣

$g(f(x))=\emptyset$

$f(f(x))=\emptyset$

$g(g(x))=\{(٤,٨)(٢,٦)(٦,١٠)\}$

$g=\{(١,٢)(٣,١)(a,٣)(b,١)\}$ $f=\{(٢,١)(٣,٢)(٤,٥)(١,٧)\}$ ٥

$(٤,٢)\in f\circ g$

$c=(a,b)$

$(٤,١)\in g\circ f$

$(٤,٢)\longrightarrow f(x)=٢ \quad g(x)=٣ \quad a=٤$ ٢

$(٤,١)\longrightarrow g(٥)=١ \quad (٤,٥)$

$b \quad b=٥$

Date : $f(x)=ax+b$ Subject :

۶) f و g خطی هستند ۵ — ۸

$f(f(x))=4x+3$

$g(2x+3)=3x-2$

$g(f(-1))=?$

$\begin{cases} f(x)=2x+1 \longrightarrow g(f(-1))=-11 \\ f(x)=-2x-3 \longrightarrow g(f(-1))=-8 \end{cases}$

$f(f(x))=a(ax+b)+b=a^2x+ab+b=4x+3$

$a=2 \longrightarrow b=1$ $\quad a^2=4$

$a=-2 \longrightarrow b=-3 \longleftarrow a=\pm 2$

$g(x)=cx+d$ $\quad 2c=3 \quad 3c+d=-2 \quad -\frac{13}{2}=d$

$g(2x+3)=c(2x+3)+d=3x-2$ $\quad c=\frac{3}{2}$

---

۷) ۰٫۵

$f(x)=\sqrt{x+|x|} \qquad g(x)=\frac{1}{x^2-4x}$

$gof(x)=?$

$f(x)\begin{cases} \sqrt{2x} & x>0 \\ 0 & x\leq 0 \end{cases} \qquad gof(x)\begin{cases} \frac{1}{2x^2-4\sqrt{2x}} & x>0 \\ \text{تعریف نشده} & x\leq 0 \end{cases}$

$D_f=\mathbb{R} \qquad D_g=x\neq 0,4$

$\sqrt{x+|x|}\neq 0 \to x>0$

$\sqrt{x+|x|}\neq 4 \to x\neq 8$ $\longrightarrow D_{gof}=(0,+\infty)-\{8\}$

Date :　　　　　　　　　　　　　　　　Subject :

۸) $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ 　 $g(x)=\sqrt{x}$ 　 $(f+g)of$

۱٫۵

دامنه؟

$(f+g)of = \sqrt{x}+\sqrt{1-x^2} = \sqrt{\sqrt{1-x^2}} + \sqrt{1-1+x^2}$

$\sqrt[4]{1-x^2}+|x|$

$1-x^2 \geq 0$ 　 $1 \geq x^2$ 　 $-1 \leq x \leq 1$ $\cap$ $x \geq 0$

$0 \leq \sqrt{1-x^2} \leq 1 \rightarrow x^2 \geq 0$ 　 $D=[0,1]$

$D_{(f+g)of} = [-1,1]$

۹) $f(x)=?$

الف) $f\left(\frac{3x+1}{x-2}\right)=4x+5$

$\frac{3x+1}{x-2}=t$ 　 $f(t)=4\left(\frac{2t+1}{t-3}\right)+5$

$x=\frac{2t+1}{t-3}$ 　 $f(x)=\frac{13x-11}{x-3}$

۵

ب) $f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^3+\frac{1}{x^3}$

$f(t)=t^3-3t$

$\left(x+\frac{1}{x}\right)=t$ 　 $f(x)=x^3-3x$

$x^3+\frac{1}{x^3}+3\underbrace{\left(x+\frac{1}{x}\right)}_{t}=t^3$

$x^3+\frac{1}{x^3}=t^3-3t$

Date : Subject :

۱۵) نمودار تابع g محور xها را در نقاطی به طول ۱ و $۲\sqrt{۲}$ قطع می کند اگر $f(x)=x\sqrt{x}$ باشد طول نقاطی که نمودار $gof(x)$ محور xها را قطع می کند کدام است؟

۲

$g \xrightarrow{\text{احتمالا}}$ سهمی $\longrightarrow x_1=1 \quad x_2=۲\sqrt{۲}$

$g(f(x))=0 \qquad g(x)\overset{?}{=}0$

$\rightarrow x=1$

$\rightarrow x=۲\sqrt{۲}$

$f(x)=\begin{cases} \xrightarrow{1} x\sqrt{x}=1 \rightsquigarrow x=1 \\ \xrightarrow{۲\sqrt{۲}} x\sqrt{x}=۲\sqrt{۲} \quad x=۲ \end{cases}$

$x\geq 0$

$x_2-x_1=1$