به نام خدا

ستایش خدایی

یازدهم دختر A

P Date :

Subject :

① $f(x)=\begin{cases}\cot \frac{\pi}{۴} & x\leq ۱\\ \sqrt{x^۲+۱} & x>۱\end{cases}$ $\quad = f(f(\frac{۲}{۳}))$

$\cot \frac{\pi}{۶} = \boxed{\sqrt{۳}}$

$f(\sqrt{۳}) = \boxed{۲}$

۲ الف) $f(\frac{۱}{x})=\sqrt{\frac{۲x-۱}{x^۲}}$ $\quad g(x)=۲\cos^۲ x$ مقدار $fog(\frac{\pi}{۳})$

$g(\frac{\pi}{۳}) = ۲\cos^۲\frac{\pi}{۳} = ۲\times\frac{۱}{۴} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$ $\quad fog(\frac{\pi}{۳}) = ۰$

$f(\frac{۱}{۲}) = \sqrt{\frac{۰}{x^۲}} = ۰$

۲ـ ب) $f(x)=[x]$ $\quad g(x)=\frac{x}{۱-x}$ $\quad fog(\sqrt{۲})$

$g(\sqrt{۲}) = \frac{\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}} \times \frac{۱+\sqrt{۲}}{۱+\sqrt{۲}} = \frac{\sqrt{۲}+۲}{-۱} = \boxed{-\sqrt{۲}-۲}$

$f(-\sqrt{۲}-۲) = [-\sqrt{۲}-۲] = \boxed{-۴}$

---

③ $f(x)=\sin x$ $\quad g(x)=x\sqrt{۱-x^۲}$ $\quad gof(\frac{\pi}{۴}) = ?$

$f(\frac{\pi}{۴}) = \sin\frac{\pi}{۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$g(\frac{\sqrt{۲}}{۲}) = \frac{\sqrt{۲}}{۲}\sqrt{۱-\frac{۲}{۴}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}\sqrt{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{\cancel{\sqrt{۲}}}\times\frac{\cancel{\sqrt{۲}}}{۲}$

$\boxed{\frac{۱}{۲}}$

$g(x)=\{(٤,٦)(٢,٤)(٦,٨)(٨,١٠)\}$ $f(x)=\{(٤,٥)(٦,٥)(٨,١٢)(١٠,١٢)\}$ ④

$f(g(x))=\{(٤,٥)(٢,٥)(٦,١٢)(٨,١٢)\}$

$g(f(x))=\emptyset$

$f(f(x))=\emptyset$

$g(g(x))=\{(٤,٨)(٢,٦)(٦,١٠)\}$

$g=\{(١,٢)(٣,١)(a,٣)(b,١)\}$ $f=\{(٢,١)(٣,٢)(٤,٥)(١,٧)\}$ ⑤

$(٤,٢)\in f\circ g$

$(٤,١)\in g\circ f$

$c=(a,b)$

$(٤,٢)\longrightarrow f(x)=٢$ $g(x)=٣$ $a=٤$

$(٤,١)\longrightarrow g(٥)=١$ $(٤,٥)$

$\downarrow$ b $b=٥$

Date : $f(x)=ax+b$ Subject :

⑨ f و g خطی هستند

$f(f(x)=۴x+۳$

$g(۲x+۳)=۳x-۲$

$g(f(-۱))=؟$

$$\begin{cases} f(x)=۲x+۱ \rightarrow g(f(-۱))=\boxed{-۱۱} \\ f(x)=-۲x-۳ \rightarrow g(f(-۱))=\boxed{-۸} \end{cases}$$

$f(f(x))=a(ax+b)+b=a^۲x+ab+b=۴x+۳$

$a=۲ \rightarrow \boxed{b=۱}$ $\quad a^۲=۴$

$a=-۲ \rightarrow \boxed{b=-۳} \leftarrow \boxed{a=\pm۲}$

$g(x)=cx+d$ $\quad \boxed{-\frac{۱۳}{۲}=d}$

$۲c=۳$ $\quad ۳c+d=-۲$

$g(۲x+۳)=c(۲x+۳)+d=۳x-۲$ $\quad \boxed{c=\frac{۳}{۲}}$

$f(x)=\sqrt{x+|x|}$ $\quad g(x)=\frac{۱}{x^۲-۴x}$ ⑦

$gof(x)=؟$

$$f(x)\begin{cases} \sqrt{۲x} & x>۰ \\ ۰ & x\leq۰ \end{cases} \qquad g\circ f(x)\begin{cases} \frac{۱}{۲x^۲-۴\sqrt{۲}x} & x>۰ \\ \text{ت ن} & x\leq۰ \end{cases}$$

Date :   Subject :

$(f+g)\circ f$ $g(x)=\sqrt{x}$ $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ ⑧

دامنه ؟

$(f+g)x=\sqrt{x}+\sqrt{1-x^2}=\sqrt{\sqrt{1-x^2}}+\sqrt{1-1+x^2}$

$\sqrt[4]{1-x^2}+|x|$

$1-x^2\geq 0$ $1\geq x^2$ $-1\leq x\leq 1 \cap x\geq 0$

$D=[0,1]$

$f(x)=?$ ⑨

الف) $f\left(\frac{3x+1}{x-2}\right)=4x+5$

$\frac{3x+1}{x-2}=t$ $f(t)=4\left(\frac{2t+1}{t-3}\right)+5$

$x=\frac{2t+1}{t-3}$ $\boxed{f(x)=\frac{13x-11}{x-3}}$

ب) $f\left(x+\frac{1}{x}\right)=x^3+\frac{1}{x^3}$

$f(t)=t^3-3t$

$(x+\frac{1}{x})=t$ $\boxed{f(x)=x^3-3x}$

t

$x^3+\frac{1}{x^3}+3\left(x+\frac{1}{x}\right)=t^3$

$x^3+\frac{1}{x^3}=t^3-3t$

۱۵) نمودار تابع g محور x ها را در نقاطی به طول ۱ و $۲\sqrt{۲}$ قطع می کند اگر $f(x)=x\sqrt{x}$ است طول نقاطی که نمودار $gof(x)$ محور x ها را قطع می کند کدام است؟

$g \xrightarrow{\text{احتمالا}}$ ریشه ها $\longrightarrow x_1=۱ \quad x_۲=۲\sqrt{۲}$

$g(f(x))=۰ \qquad g(x)\overset{?}{=}۰$

$\rightarrow x=۱$

$\rightarrow x=۲\sqrt{۲}$

$f(x)=\begin{cases} \xrightarrow{①} x\sqrt{x}=۱ \leadsto \boxed{x=۱} \\ \xrightarrow{\boxed{۲\sqrt{۲}}} x\sqrt{x}=۲\sqrt{۲} \end{cases}$

$\boxed{x\geq ۰}$

$\boxed{x=۲}$

$\boxed{x_۲'-x_۱'=\boxed{۱}}$