

الف) $x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \rightarrow x = 3, -1$

ب) $x^2 - 1x - 9 = 0 \rightarrow x^2 - 1x - 9 = 0 \rightarrow (x-9)(x+1) = 0 \rightarrow x = 9, -1$

ج) $x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow (x-6)(x+2) = 0 \rightarrow x = 6, -2$

د) $x^2 - 2x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 2x - 12 = 0 \rightarrow (x-1)(x+3) = 0 \rightarrow x = 1, -3$

الف) $x^2 - 2x - 12 = 0 \rightarrow (x-7)(x+2) = 0 \rightarrow x = 7, -2$

ب) $2x^2 + 2x + 3 = 0$ $\Delta = 2^2 - 4(2)(3) = -20 < 0$ $\rightarrow$ هیچ جوابی ندارد

ج) $x^2 + 2x + 2 = 0$ $\Delta = 2^2 - 4(1)(2) = -4 < 0$ $\rightarrow$ هیچ جوابی ندارد

د) $2x^2 + 3x - 2 = 0$ $\Delta = 3^2 - 4(2)(-2) = 25 > 0$ $\rightarrow$ دو جواب دارد

$A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{2, 3\}$

$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$

$B^T = B \times B = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\} \rightarrow A \times B - B^T = \{(1, 2), (1, 3)\}$

الف) $f(m) = \{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\} \rightarrow m^2 = m+2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0$

اگر $m = 2$ یا $m = -1$ باشد، مجموعه‌های A و B برابر می‌شوند. $m = 2$ یا $m = -1$ $\rightarrow$ جواب

ب) $g(x) = \{(3, x^2), (2, 1), (m, 4), (3, m+2), (-2, m), (-1, 3)\} \rightarrow m^2 = m+2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0$

اگر $m = 2$ یا $m = -1$ باشد، مجموعه‌های A و B برابر می‌شوند. $m = 2$ یا $m = -1$ $\rightarrow$ جواب

$f(x) = \{(1, a^2), (1, 3a-2), (a^2, 3a+2)\}$

مجموعه A و B برابر می‌شوند. $a = 2$ یا $a = -1$ $\rightarrow$ جواب

$a^2 = 3a-2 \rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \rightarrow a = 2$ یا $a = 1$

برای $a = 2$ و $a = 1$ ، مجموعه‌های A و B برابر می‌شوند.

برای $a = 2$ و $a = 1$ ، مجموعه‌های A و B برابر می‌شوند.

اولین دو مجموعه را با هم مقایسه می‌کنیم.

فون هم در شرط اول هم در شرط دوم عدد را می توانیم بگذاریم ،
 پس آن را هر دو شرط قرار می دهیم و برابر می گذاریم و چون دو صورت برای
 آن باید جواب یکسانی داشته باشیم و برای $x=2$ هم منتهای را برای شرط دوم رسم
 انجام می دهیم

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 1 \\ ax + b & 1 < x \leq 2 \\ x^3 & x > 2 \end{cases}$$

۱) $x^2 - 1 = a + b \rightarrow 0 = a + b \rightarrow b = -a$

۲) $2a + b = 1 \xrightarrow{b=-a} 2a - a = 1 \rightarrow a = 1, b = -1 \rightarrow a \times b = 1 \times -1 = -1$

فون هم در شرط اول هم در شرط دوم $x=k$ را می توان قرار
 داد و مقدار یک را می دهیم و مابقی را $x=k$ قرار دهیم
 و عبارات برابر با هم قرار می دهیم

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & x > k \\ 4 - 3x & x \leq k \end{cases}$$

$k - 3 = 4 - 3k \rightarrow 2k = 7 \rightarrow k = \frac{7}{2} = 1,4$

الف) $y^3 - 4y = x^2 - 4x + 3$ مثال نقض
 $y^3 - 4y = 0 \rightarrow y(y^2 - 4) = 0 \rightarrow y = 0, y = 2, y = -2$
 چون برای هر یک مقدار x پیدا می شود پس تابع یک به یک نیست!

ب) $|x| + |y| = 3$ مثال نقض
 $|y| = 3 \rightarrow y = 3, y = -3$
 پس تابع یک به یک نیست!

ج) $|y| = \sqrt{1 - \cos x}$ مثال نقض
 $\cos(\frac{\pi}{2}) = 0 \rightarrow \frac{1}{2} \rightarrow |y| = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow y = \frac{\sqrt{2}}{2}, y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
 پس تابع یک به یک نیست!

د) $y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0$ می توانیم بنویسیم $y^2 + (x+1)^2 = 0$
 چون مجموع دو مربع صفر می شود پس $y=0$ و $x=-1$ نقطه $(-1, 0)$ فقط یک جواب دارد

الف) $\sqrt[3]{y} + x^2 = 2x - 2 \rightarrow \sqrt[3]{y} = -x^2 + 2x - 2$
 $x_1 = x_2 \rightarrow x_1^2 + x_1^2 + x_1^2 \rightarrow -x_1^2 - x_1^2 + 2x_1^2 = -x_1^2 + 2x_1^2 \rightarrow -x_1^2 + 2x_1^2 - 2 = -x_1^2 + 2x_1^2 - 2$
 $\sqrt[3]{y_1} = \sqrt[3]{y_2}$

ب) $y^3 + 2y = 2x \rightarrow x_1, x_2 \rightarrow 2x_1, 2x_2$
 $y_1^3 + 2y_1 = y_2^3 + 2y_2$

فون اگر $x=0$ قرار دهیم:
 $ax \sin y = y \sin ax \rightarrow 0 \sin y = y \sin 0 \rightarrow 0 = 0$
 پس برای $x=0$ هر y را می توانیم بگذاریم و چون y یک جواب است پس تابع یک به یک نیست!

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2$
 $a = \sqrt{\frac{x}{y}} \rightarrow \frac{1}{a} = \sqrt{\frac{y}{x}} \rightarrow a + \frac{1}{a} = 2 \rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \rightarrow (a-1)^2 = 0 \rightarrow a = 1 \rightarrow \sqrt{\frac{x}{y}} = 1 \rightarrow \frac{x}{y} = 1 \rightarrow x = y$

$\frac{x}{y} = 1 \rightarrow x = y$ پس $y = x (x \neq 0)$ چون برای هر x مخالف صفر یک y تعیین می شود