

الف: $x^2 - 4x - 4 = 0$ $x^2 - 4x - 4 = 0$ $(x-4)(x+1) = 0$ ↓ ↓ ④ ⑤ $\frac{4}{4} = \frac{4}{4} / -\frac{4}{4} = -\frac{4}{4}$	ب: $x^2 - 1x - 9 = 0$ $x^2 - 1x - 9 = 0$ $(x-9)(x+1) = 0$ ↓ ↓ ⑧ ⑨ $\frac{9}{4} = \frac{9}{4} / -\frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$	ج: $x^2 - 4x - 12 = 0$ $x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x-6)(x+2) = 0$ ↓ ↓ ⑦ ⑩ $\frac{6}{4} = \frac{6}{4} / -\frac{2}{4} = -\frac{2}{4}$	د: $x^2 - 4x - 12 = 0$ $x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x-6)(x+2) = 0$ ↓ ↓ ⑦ ⑩ $\frac{6}{4} = \frac{6}{4} / -\frac{2}{4} = -\frac{2}{4}$	۱
الف: $x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x-6)(x+2) = 0$ ↓ ↓ ⑦ ⑩ ⑦ ⑩	ب: $x^2 + 4x + 3 = 0$ $x^2 + 4x + 3 = 0$ $(x+2)(x+1) = 0$ ↓ ↓ ⑪ ⑫ $-\frac{2}{4} = -\frac{2}{4} / -\frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$	ج: $x^2 + 2x + 3 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac$ $= 4 - 12 = -8$ Δ منفی است در نتیجه معادله ریشه ندارد!	د: $x^2 + 2x - 2 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = 4 + 12 = 16$ $\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = 1$ $\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 - 4}{2} = -3$	۲

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$
 $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow A \times B - B^2$
 $\left[(1, 2), (1, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 6), (3, 7) \right] - \left[(4, 5), (5, 6), (6, 7), (7, 8) \right] = \left[(1, 2), (1, 3) \right]$

الف: $f(x) = [(x, m^2), (x, 0), (x, m), (x, m+1), (m, x)]$ اگر $m=2$ قرار دهیم، آنگاه $f(x)$ تابع نیست!	$m^2 = m+2$ $m^2 - m - 2 = 0$ $(m-2)(m+1) = 0$ $m=2$ یا $m=-1$ اگر $m=2$ قرار دهیم، آنگاه $f(x)$ تابع نیست!	۴
ب: $g(x) = [(x, m^2), (x, 0), (m, x), (x, m+2), (x, m), (-1, 3)]$ اگر $m=2$ قرار دهیم، آنگاه $g(x)$ تابع نیست!	$m^2 = m+2$ $m^2 - m - 2 = 0$ $(m-2)(m+1) = 0$ $m=2$ یا $m=-1$ اگر $m=2$ قرار دهیم، آنگاه $g(x)$ تابع نیست!	۵

$f(x) = [(1, a^2), (1, 2a-2), (a^2, 3a+2)]$

$a^2 = 3a-2$
 $a^2 - 3a + 2 = 0$
 $(a-1)(a-2) = 0$
 $a=1$ یا $a=2$

اگر $a=1$ قرار دهیم، آنگاه $f(x)$ تابع نیست!

اگر $a=2$ قرار دهیم، آنگاه $f(x)$ تابع نیست!

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 1 \\ ax + b & 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 & x \geq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \rightarrow 1^2 = a+b \Rightarrow a=-b \Rightarrow \boxed{a=1} \\ x=2 \rightarrow 4a+b=1 \Rightarrow -2b+b=1 \Rightarrow \boxed{b=-1} \end{cases}$$

$$a \times b = 1 \times -1 = -1 \quad \boxed{-4f} \quad \text{پ}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & x \geq k \\ 4 - 2x & x \leq k \end{cases} \quad \begin{cases} x=k \rightarrow 2k-3 = 4-2k \Rightarrow 4k=7 \Rightarrow k = \frac{7}{4} = 1.75 \end{cases}$$

الف:

$$y^2 - 4y = x^2 - 4x + 3$$

اگر $y=0$:

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-3)(x-1) = 0$$

↓ 3 ↓ 1

تابع نیست X

ب:

$$|x| + |y| = 3$$

$$|x| + |y| = 3$$

$$|y| = 2$$

$\boxed{y = \pm 2}$

تابع نیست X

ج:

$$|y| = \sqrt{1 - \cos x}$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$|y| = \sqrt{1 - \cos x}$$

$$\Rightarrow y = \pm \sqrt{1 - \cos x}$$

تابع نیست X

د:

$$y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0$$

اگر $y=0$:

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

↓ 1

$\boxed{x = -1}$

تابع است ✓

الف:

$$\sqrt{y} + x^2 = 2x + 2$$

نویس کنیم برای x و y دو مقدار داریم:

$$\begin{cases} \sqrt{y_1} + x^2 = 2x + 2 \\ \sqrt{y_2} + x^2 = 2x + 2 \end{cases}$$

$$\sqrt{y_1} = \sqrt{y_2} \Rightarrow \boxed{y_1 = y_2}$$

تابع است ✓

ب:

$$y^2 + 2y = ax$$

نویس کنیم برای x و y دو مقدار داریم:

$$\begin{cases} y_1^2 + 2y_1 = ax \\ y_2^2 + 2y_2 = ax \end{cases}$$

$$y_1^2 + 2y_1 = y_2^2 + 2y_2 \Rightarrow y_1^2 - y_2^2 + 2y_1 - 2y_2 = 0$$

$$(y_1 - y_2)(y_1 + y_2 + 2) = 0$$

فاصله بین عبارت ها صفر نیست پس $y_1 = y_2$ و $y_1 - y_2 = 0$ پس تابع است ✓

الف:

$$x \sin y = y \sin x$$

اگر $x=0$:

$$0 \times \sin y = y \times \sin 0$$

$\boxed{\sin 0 = 0}$

جاب در نهایت میزانت اما مقدارهای متفاوتی می توان داشت پس تابع نیست X

ب:

$$\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 4$$

تابع نقطه نیست!

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{x}{y}} = t$$

$$t + \frac{1}{t} = 4 \Rightarrow \boxed{t = 2 - \frac{1}{t}}$$

از این رابطه می فهمیم که t مقدار می تواند برابر با 1 باشد

$\boxed{x=1}$ و $\boxed{y=1}$

تابع است ✓

$$(10-ب) \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2$$

این عبارت تنها زمانی برقرار است که $1 = \sqrt{\frac{x}{y}}$ باشد پس

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = 1 \leadsto \frac{x}{y} = 1 \leadsto x = y \text{ و } (x, y \neq 0)$$

