

الف: $x^2 - 4x - 4 = 0$ $x^2 - 4x - 4 = 0$ $(x-4)(x+1) = 0$ ↓ ↓ $\frac{4}{1} = \frac{4}{1} / -\frac{4}{1} = -\frac{4}{1}$	ب: $x^2 - 1x - 9 = 0$ $x^2 - 1x - 9 = 0$ $(x-9)(x+1) = 0$ ↓ ↓ $\frac{9}{1} = \frac{9}{1} / -\frac{1}{1} = -\frac{1}{1}$	ج: $x^2 - 4x - 12 = 0$ $x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x-6)(x+2) = 0$ ↓ ↓ $\frac{6}{1} = \frac{6}{1} / -\frac{2}{1} = -\frac{2}{1}$	د: $x^2 - 4x - 12 = 0$ $x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x-6)(x+2) = 0$ ↓ ↓ $\frac{6}{1} = \frac{6}{1} / -\frac{2}{1} = -\frac{2}{1}$	1
الف: $x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x-6)(x+2) = 0$ ↓ ↓ $\frac{6}{1} = \frac{6}{1} / -\frac{2}{1} = -\frac{2}{1}$	ب: $x^2 + 4x + 3 = 0$ $x^2 + 4x + 3 = 0$ $(x+2)(x+1) = 0$ ↓ ↓ $\frac{-2}{1} = -\frac{2}{1} / \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$	ج: $x^2 + 2x + 3 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac$ $= 4 - 12 = -8$ Δ منفی است در نتیجه معادله ریشه ندارد!	د: $x^2 + 2x - 2 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = 4 + 12 = 16$ $\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 + 4}{2} = 1$ $\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 - 4}{2} = -3$	2
$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$ $A \times B = B^T$ $\left[(1, 2), (1, 3), (2, 3) \right] - \left[(1, 2), (2, 3), (3, 3) \right] = \left[(1, 2), (1, 3) \right]$				3
الف: $f(x) = [(x, m^2), (x, 0), (x, m), (x, m), (x, m+2), (m, x)]$ اگر $m=2$ قرار دهیم، آنگاه $f(x)$ تابع نیست!	$m^2 = m + 2$ $m^2 - m - 2 = 0$ $(m-2)(m+1) = 0$ $\frac{2}{1} \times \quad \frac{-1}{1} \checkmark$	اگر $m=1$ قرار دهیم، آنگاه $f(x)$ تابع است.	4	
ب: $g(x) = [(x, m^2), (x, 0), (m, x), (x, m+2), (x, m), (x, 3)]$ اگر $m=2$ قرار دهیم، آنگاه $g(x)$ تابع نیست!	$m^2 = m + 2$ $m^2 - m - 2 = 0$ $(m-2)(m+1) = 0$ $\frac{2}{1} \checkmark \quad \frac{-1}{1} \times$	اگر $m=1$ قرار دهیم، آنگاه $g(x)$ تابع نیست!	5	
$f(x) = [(1, a^2), (1, 2a-2), (a^2, 3a+2)]$ $a^2 = 3a - 2$ $a^2 - 3a + 2 = 0$ $(a-1)(a-2) = 0$ $\frac{1}{1} \checkmark \quad \frac{2}{1} \times$ اگر $a=1$ قرار دهیم، آنگاه $f(x)$ تابع است.	اگر $a=2$ قرار دهیم، آنگاه $f(x)$ برابر با $[(1, 0), (1, 0), (1, 0)]$ داریم که تابع نیست!	5		

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 1 \\ ax + b & 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 & x \geq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \rightarrow 1^2 = a+b \Rightarrow a=-b \Rightarrow \boxed{a=1} \\ x=2 \rightarrow 2a+b=1 \Rightarrow -2b+b=1 \Rightarrow \boxed{b=-1} \end{cases}$$

$$a \times b = 1 \times -1 = \boxed{-1}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & x \geq k \\ 4 - 2x & x \leq k \end{cases} \quad \begin{cases} x=k \rightarrow 2k-3 = 4-2k \Rightarrow 4k=7 \Rightarrow \boxed{k=\frac{7}{4}=1.75} \end{cases}$$

الف:

$$y^2 - 4y = x^2 - 4x + 3$$

اگر $y=0$:

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-3)(x-1) = 0$$

↓ ↓

3 1

تابع نیست X

ب:

$$|x| + |y| = 3$$

$$|x| + |y| = 3$$

$$|y| = 2$$

$\boxed{y = \pm 2}$

تابع نیست X

ج:

$$|y| = \sqrt{1 - \cos x}$$

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$|y| = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

$$\Rightarrow y = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$

تابع نیست X

د:

$$y^2 + x^2 + 2x + 1 = 0$$

اگر $y=0$:

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

↓

$\boxed{x = -1}$

تابع است ✓

الف:

$$\sqrt[3]{y} + x^2 = 2x + 2$$

نویس کنیم برای x و y دو مقدار داریم:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{y_1} + x^2 = 2x + 2 \\ \sqrt[3]{y_2} + x^2 = 2x + 2 \end{cases} \Rightarrow \sqrt[3]{y_1} + x^2 = \sqrt[3]{y_2} + x^2$$

$$\sqrt[3]{y_1} = \sqrt[3]{y_2} \Rightarrow \boxed{y_1 = y_2}$$

تابع است ✓

ب:

$$y^2 + 2y = ax$$

نویس کنیم برای x و y دو مقدار داریم:

$$\begin{cases} y_1^2 + 2y_1 = ax \\ y_2^2 + 2y_2 = ax \end{cases} \Rightarrow y_1^2 + 2y_1 = y_2^2 + 2y_2 \Rightarrow y_1^2 + 2y_1 - y_2^2 - 2y_2 = 0$$

$$(y_1 - y_2)(y_1 + y_2 + 2y_1 + 2y_2 + 2) = 0$$

فاکتورهای عبارت همیشه مثبت است

پس $y_1 = y_2$ و $y_1 - y_2 = 0$ تابع است ✓

الف:

$$x \sin y = y \sin x$$

اگر $x=0$:

$$0 \times \sin y = y \times \sin 0$$

$\boxed{\sin 0 = 0}$

جاب در نهایت میزانت اما مقدارهای متفاوتی می توان داشت باشد

پس تابع نیست X

ب:

$$\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 4$$

$$t + \frac{1}{t} = 4 \Rightarrow \boxed{t = 2 \pm \frac{1}{2}}$$

از این رابطه می فهمیم که t مقدار می تواند برابر با 1 باشد

$\boxed{x=1}$ و $\boxed{y=1}$

تابع است ✓