

۱۸,۷۵

الف) $x^2 - 5x - 24 = 0 \rightarrow (x-9)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5} \\ x = \frac{-24}{-5} = \frac{24}{5} \end{cases}$

ب) $x^2 - 12x - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{-12} = \frac{1}{12} \\ x = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \end{cases}$

ج) $x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow (x-6)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-4}{-4} = 1 \\ x = \frac{-12}{-4} = 3 \end{cases}$

د) $x^2 - 5x - 24 = 0 \rightarrow (x-9)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-5}{-5} = 1 \\ x = \frac{-24}{-5} = \frac{24}{5} \end{cases}$

۲

الف) $(x-7)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -2 \end{cases}$

ب) $(x+2)(x+3) = 0 \rightarrow (x+5)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{1} \\ x = -\frac{1}{1} \end{cases}$

ج) $(x+1)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -2 \end{cases}$

د) $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+24}}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-3+1}{4} \\ x = \frac{-3-1}{4} \end{cases}$

$x^2 + 2x + 3 = 0$ باید تجزیه کنیم نه $x^2 + 2x + 2 = 0$

۱۸,۵

$A \times B = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$

$B^2 = \{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$

$A \times B - B^2 = \{(1,2), (1,3)\}$

۲

الف) $m^2 = m + 2 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$ غلط

ب) $m^2 = m + 2 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$ غلط

۱,۵

الف) $a^2 = 3a - 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$ غلط

۲

۵

$$\begin{cases} a+b=0 \\ \lambda a+b=\lambda \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=\lambda \\ b=-\lambda \end{cases} \rightarrow a \times b = \lambda \times -\lambda = -\lambda^2$$

۶

$$2k - 3 = 5 - 3k$$

$$\Delta k = 7$$

$$k = \frac{7}{5}$$

۷

الف) $x=1 \rightarrow y^3 - 2y = 0 \rightarrow y(y^2 - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y=0 \\ y^2=2 \rightarrow y=\pm\sqrt{2} \end{cases}$ $\times$ تابع نمی باشد

ب) $x=0 \rightarrow |y|=3 \rightarrow y=\pm 3$ $\times$ تابع نمی باشد

ج) $x=90 \rightarrow |y|=1 \rightarrow y=\pm 1$ $\times$ تابع نمی باشد

د) $\begin{cases} y_1^2 + 1 = -x_1^2 - 2x_1 \\ y_2^2 + 1 = -x_2^2 - 2x_2 \end{cases} \xrightarrow{x_1=x_2} y_1^2 + 1 = y_2^2 + 1 \rightarrow y_1 = y_2$ $\checkmark$ تابع می باشد

۸

الف) $\begin{cases} \sqrt[3]{y_1} = -x_1^2 + 2x_1 - 2 \\ \sqrt[3]{y_2} = -x_2^2 + 2x_2 - 2 \end{cases} \xrightarrow{x_1=x_2} \sqrt[3]{y_1} = \sqrt[3]{y_2} \rightarrow y_1 = y_2$ $\checkmark$

ب) $\begin{cases} y_1^3 + 2y_1 = 5x_1 \\ y_2^3 + 2y_2 = 5x_2 \end{cases} \xrightarrow{x_1=x_2} y_1^3 + 2y_1 = y_2^3 + 2y_2$
 $(y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2) + 2(y_1 - y_2) = 0$
 $(y_1 - y_2)(y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2 + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = y_2 \\ y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2 + 2 = 0 \end{cases}$
 $(y_1^3 - y_2^3) + 2(y_1 - y_2) = 0$
 $y_1^2 + y_1y_2 + y_2^2 + 2 = 0$ $\checkmark$ $\times$ $\Delta < 0$ $\rightarrow$ ریشه ندارد

۹

الف) $x=0 \rightarrow 0 \times \sin y = y \times \sin 0 \rightarrow 0=0 \rightarrow y = \text{تغییر}$ $\times$ تابع نمی باشد

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} = + \rightarrow + + \frac{1}{+} = 2 \xrightarrow{x=+} + + 1 = 2 \rightarrow +^2 - 2 + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{+1} \rightarrow \sqrt{\frac{x}{y}} = 1 \rightarrow \frac{x}{y} = 1$

$x=y$ $\checkmark$ تابع می باشد
 $(x, y \neq 0)$

۱۰

$$\text{ب-۲)} \quad 2x^2 + 5x + 3 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \rightarrow x_1 = -1$$

$$\rightarrow x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{ج-۲)} \quad x^2 + 2x + 3 = 0 \xrightarrow{\text{روش دلتا}} \Delta = (2)^2 - 4(1)(3) = -8 < 0$$

معادله ریشه حقیقی ندارد!

$$\text{ب-۴)} \quad (3, m^2) \text{ و } (3, m+2) \leadsto m^2 = m+2 \leadsto m^2 - m - 2 = 0$$

$$m = 2 \rightarrow (2, 1) \text{ و } (2, 4) \quad \times$$

$$m = -1 \rightarrow (-1, 4) \text{ و } (-1, 3) \quad \times$$

بنابراین هیچ مقادیر m عبارت تانژنت!

$$\text{ب-۹)} \quad y''' + 2y = 5x$$

$$\int y_1''' + 2y_1 = 5x_1$$

$$x_1 = x_2 \rightarrow y_1''' + 2y_1 = y_2''' + 2y_2$$

$$\int y_2''' + 2y_2 = 5x_2$$

$$y_1''' - y_2''' + 2(y_1 - y_2) = 0 \leadsto (y_1 - y_2)' (y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2 + 2) = 0$$

$$\text{I} \leadsto y_1 - y_2 = 0 \leadsto y_1 = y_2$$

اینجا باید بگوییم که این تانژنت نیست!

$$\text{II} \leadsto y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2 + 2 = 0 \leadsto y_1 = \frac{-y_2 \pm \sqrt{y_2^2 - 4(y_2^2 + 2)}}{2} \quad \times$$

$$\leadsto y_1 = y_2 \quad \text{تانژنت!}$$