

سوال ۱ -

الف) $\frac{2x^3 + 5x^2 - 11x + 3}{x^3 + 5x^2 - 11x + 3}$ → $(1-x)(2x^2 + 4x + 3) \div (1-x)(1-2x)(x+3)$

برای $x=1$ بخشیدیم
بقیه آن را تقسیم کنیم

ب) $\frac{x+3}{x^3 + 9x^2 + 10x + 3}$ → $\frac{x+3}{(x+1)(x+2)(x+3)}$ → $\frac{1}{(x+1)(x+2)}$

تجزیه ضرایب درجه ۱ → $\frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+2}$

تجزیه ضرایب درجه ۰ → $1 = A(x+2) + B(x+1)$

برای $x=-1$ → $1 = A(1) + B(0) \Rightarrow A=1$

برای $x=-2$ → $1 = A(0) + B(-1) \Rightarrow B=-1$

پس $\frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$

پس $R = \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\}$

سوال ۲ -

الف) $\frac{x+3}{x^2 - 2x^2 + 2x - 1}$ → $\frac{x+3}{x^2 - 2x^2 + 2x - 1}$ → $\frac{x+3}{(x-1)(x-1)}$ → $\frac{x+3}{(x-1)^2}$

تجزیه ضرایب درجه ۱ → $\frac{x+3}{(x-1)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2}$

تجزیه ضرایب درجه ۰ → $x+3 = A(x-1) + B$

برای $x=1$ → $4 = B$

برای $x=0$ → $3 = -A + B \Rightarrow A = B - 3 = 1$

پس $\frac{x+3}{(x-1)^2} = \frac{1}{x-1} + \frac{4}{(x-1)^2}$

پس $R = \{1\}$

ب) $\sqrt{\frac{x+3}{x^2 - 2x^2 + 2x - 1}} \geq 0$

برای $x=1$ → $\frac{x+3}{(x-1)(x-1)} \geq 0$

تجزیه ضرایب درجه ۱ → $\frac{x+3}{(x-1)(x-1)} \geq 0$

تجزیه ضرایب درجه ۰ → $x+3 = A(x-1) + B$

برای $x=1$ → $4 = B$

برای $x=0$ → $3 = -A + B \Rightarrow A = B - 3 = 1$

پس $\frac{x+3}{(x-1)(x-1)} \geq 0$

پس $R = (-\infty, -3] \cup (1, +\infty)$

سوال ۳ -

الف) $|1-x| \geq |-x| \rightarrow x \geq 1$

ب) $|1-x| \geq x-1 \rightarrow x < 1$

پس $R = \{-3, 0, 2, 5\}$

سوال ۴ -

الف) $[-x] - 2 \geq 0 \rightarrow [-x] \geq 2 \rightarrow -x \geq 2 \rightarrow x \leq -2$

ب) $x \geq [x] \rightarrow x^2 - 2x - 3 \geq (x-2)(x+1) \geq 0 \rightarrow x \geq 3, -1$

پس $R = \{[-1, 0) \cup [3, 4)\}$

سوال ۵ -

الف) $\sqrt{[x - \frac{1}{x}]} + [x - \frac{1}{x}] \geq 0$

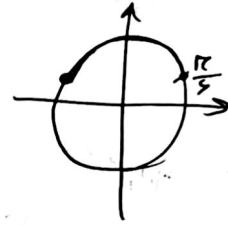
ب) $y = \sqrt{[x - \frac{1}{x}]} + [\frac{1}{x} - x]$

پس $D = \{x + \frac{1}{x} \mid x \in \mathbb{Z}\}$

الف) $\frac{\cos t + 1}{\tan t + 1} \rightarrow \frac{\cos}{\sin} \rightarrow \sin \neq 0$
 $\tan t + 1 \rightarrow \frac{\sin}{\cos} \quad \cos \neq 0$
 $\tan t \neq -1$

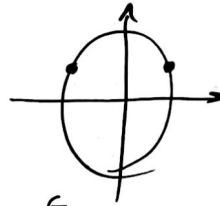
$R = \left\{ k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{3\pi}{2} \right\}$

ب) $1 - \sqrt{\sin^2 u} > 0 \rightarrow 1 > \sqrt{\sin^2 u}$
 $\frac{1}{\sqrt{2}} > \sqrt{\sin^2 u} \rightarrow -\frac{1}{\sqrt{2}} < \sin u < \frac{1}{\sqrt{2}}$



$D = \left[k\pi - \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{\pi}{4} \right]$

الف) $\sqrt{\sin^2 u} - 1 > 0 \rightarrow \sin u \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$



$D = \left\{ \left[k\pi + \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{3\pi}{4} \right] \right\}$

ب) $1 - \sqrt{\cos^2 u} > 0 \rightarrow 1 > \sqrt{\cos^2 u} \rightarrow \cos u \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$



$D = \left\{ \left[k\pi + \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{3\pi}{4} \right] \right\}$

الف) $-1 < \sqrt{x^2 + 2x + 1} \leq 1 \rightarrow x^2 + 2x + 1 \leq 1 \rightarrow x^2 + 2x \leq 0 \rightarrow x(x+2) \leq 0$
 $\rightarrow x^2 + 2x + 1 \geq -1 \rightarrow x^2 + 2x + 2 > 0 \rightarrow (x+1)^2 + 1 > 0$

ب) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} \leq 1 \rightarrow$
 $0 \leq \sqrt{x^2 + 2x + 1} \leq 1$
 $\textcircled{1} x^2 + 2x + 1 \leq 1 \rightarrow x \geq \frac{-2}{2} = -1$
 $\textcircled{2} x^2 + 2x + 1 \geq 0 \rightarrow x \leq 1$
 $D = [-1, 1]$

الف) $\log_2 \left(\frac{1 - \log_2 x}{x} \right) - x > 0$
 $-\log_2 x + 1 > 0 \rightarrow \log_2 x < 1 \rightarrow x < 2$
 $D = (0, 2)$

ب) $\log_2 \left(\frac{1 - \log_2 \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \right) - x > 0$
 $1 - \log_2 \frac{x}{2} > 0 \rightarrow \log_2 \frac{x}{2} < 1 \rightarrow x < \frac{1}{2} \rightarrow D = \left(\frac{1}{2}, +\infty \right)$

الف) $\frac{x^2 - x^2}{x^2 - 1} > 0 \rightarrow x^2 \geq 1 \rightarrow x \geq 1$
 $\frac{x^2 - x^2}{x^2 - 1} \geq 1 \rightarrow x^2 - x^2 \geq x^2 - 1 \rightarrow 0 \geq x^2 - 1 \rightarrow (x-1)(x+1) \leq 0$
 $1 \leq x \leq 2$
 $D = [1, 2]$

ب) $\frac{x^2 + a}{x^2 + c} \in W \rightarrow x^2 + a \geq (x^2 + c)W \rightarrow x^2 - x^2W \geq -a + cW$
 $\rightarrow x^2 \geq \frac{-a + cW}{1 - W} \rightarrow x \geq \frac{a - cW}{1 - W}$
 $\rightarrow \left\{ x \mid x \geq \frac{a - cW}{1 - W}, W \in W \right\}$