

الف: $f = \frac{x+3}{2x^3 + 3x^2 - 11x + 3} \Rightarrow \text{جمع فراب هم‌نامی صورت!}$ پس به (x-1) تقسیم می‌کنیم! $2x^3 + 3x^2 - 11x + 3 \Rightarrow (x-1)(2x^2 + 5x - 3)$ $\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 5 & -3 \end{matrix}$ $D_f = R - [1, \frac{1}{2}, -\frac{3}{2}]$	ب: $f = \frac{x+3}{2x^3 + 9x^2 + 10x + 3} \Rightarrow \text{جمع فراب هم‌نامی صورت}$ با درجه مای فرد هم‌نام است پس به (x+1) تقسیم می‌کنیم! $2x^3 + 9x^2 + 10x + 3 \Rightarrow (x+1)(2x^2 + 7x + 3)$ $\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 7 & 3 \end{matrix}$ $D_f = R - [-1, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}]$	1
الف: $f = \frac{x+3}{x^3 - 2x^2 + 2x - 1} \Rightarrow \text{جمع فراب هم‌نامی صورت!}$ پس به (x-1) تقسیم می‌کنیم! $x^3 - 2x^2 + 2x - 1 \Rightarrow (x-1)(x^2 - x + 1)$ $\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 1 & 1 \end{matrix}$ $D_f = R - [1]$	ب: $x+3 \geq 0 \Rightarrow \boxed{x \geq -3}$ $f = \sqrt{\frac{x+3}{x^3 - 2x^2 + 2x - 1}} \Rightarrow \text{جمع فراب هم‌نامی صورت}$ است پس به (x-1) تقسیم می‌کنیم! $x^3 - 2x^2 + 2x - 1 \Rightarrow (x-1)(x^2 - x + 1)$ $\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 1 & 1 \end{matrix}$ $D_f = (\infty, -3] \cup (1, +\infty)$	2
$f = \frac{2}{x^2 - 4 x-1 - 2x + 4}$ $\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ (x-2) & (x-1) \end{matrix}$ ① $x \geq 1 \Rightarrow x-1 \Rightarrow x-1 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 - 2x + 4 = x^2 - 6x + 8 = (x-2)(x-4)$ ② $x \leq 1 \Rightarrow x-1 \Rightarrow 1-x \Rightarrow x^2 + 4x - 4 - 2x + 4 = x^2 + 2x = x(x+2)$ $\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 2 \end{matrix}$ $D_f = R - [2, 4, 0]$	③	3
الف: $y = \sqrt{[x] - 2}$ $[x] - 2 \geq 0 \Rightarrow [x] \geq 2$ $D_f = (-\infty, -2]$	ب: $f = \frac{4x^2 + 4}{[x]^2 - 2[x] - 3}$ $[x] = t \Rightarrow t^2 - 2t - 3 \neq 0$ $(t-3)(t+1) \neq 0$ $\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 3 & -1 \end{matrix}$ $D_f = [-1, 0) \cup [3, 4)$	4
الف: $\sqrt{[x - \frac{1}{4}] + [x + \frac{2}{5}]} \Rightarrow [x - \frac{1}{4}] + [x + \frac{2}{5}] \geq 0$ $x + \frac{2}{5} = (x - \frac{1}{4}) + 1 \Rightarrow 2[x - \frac{1}{4}] + 1 \geq 0$ که این عددی صحیح است پس: $x - \frac{1}{4} \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{4} \Rightarrow D_f = [\frac{1}{4}, +\infty)$	ب: $f = \sqrt{[x - \frac{1}{4}] + [\frac{1}{4} + x]}$ $x - \frac{1}{4} = a \Rightarrow [a] + [-a]$ $x - \frac{1}{4} \in \mathbb{Z}$ $D_f = [\frac{1}{4} + a \mid a \in \mathbb{Z}]$ $\begin{matrix} \nearrow \text{اگر } a \text{ صحیح باشد} \Rightarrow a - a = 0 \\ \searrow \text{اگر } a \text{ صحیح نباشد} \Rightarrow (-1) \end{matrix}$ چون زیر رادیکال است فقط حالت اول قابل قبول است!	5

مثال:

$$y = \frac{\cot x + 1}{\tan x + 1}$$

$$D_f = R - [k\pi, k\pi + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{\pi}{4}]$$

$\tan x + 1 \neq 0 \rightarrow \tan x \neq -1 \rightarrow x \neq k\pi + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}$
 $\rightarrow \tan x = \frac{\sin}{\cos} \rightarrow \cos x \neq 0 \rightarrow x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$
 $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \rightarrow \sin x \neq 0 \rightarrow x \neq k\pi$

ب:

$$y = \sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 x}$$

$$1 - \frac{1}{4} \sin^2 x \geq 0 \rightarrow 1 \geq \frac{1}{4} \sin^2 x \rightarrow \sin^2 x \leq \frac{4}{4}$$

$$\sin x \rightarrow -\frac{1}{2} \leq \sin x \leq \frac{1}{2}$$

$$D_f = [k\pi + \frac{\pi}{4}, k\pi - \frac{\pi}{4}]$$

مثال:

$$y = \sqrt{2 \sin x - 1}$$

$$2 \sin x - 1 \geq 0 \rightarrow \sin x \geq \frac{1}{2}$$

$$D_f = [k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{5\pi}{6}]$$

ب:

$$y = \sqrt{1 - 2 \cos x}$$

$$1 - 2 \cos x \geq 0 \rightarrow 1 \geq 2 \cos x \rightarrow \frac{1}{2} \geq \cos x$$

$$D_f = [k\pi + \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{5\pi}{3}]$$

مثال:

$$y = \arcsin(x^2 + 2x + 1)$$

$$-1 \leq x^2 + 2x + 1 \leq 1 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 \leq 1$$

$$x^2 + 2x \leq 0$$

$$x(x+2) \leq 0$$

$$D_f = [-2, -1] \cup [-1, 0]$$

ب:

$$\cos y = \sqrt{\omega - 2x}$$

$$-1 \leq \cos y \leq 1 \rightarrow \omega - 2x \leq 1 \rightarrow x \leq \frac{\omega - 1}{2}$$

$$\omega - 2x \geq 0 \rightarrow \omega \geq 2x \rightarrow x \leq \frac{\omega}{2}$$

$$D_f = [x, \frac{\omega}{2}]$$

مثال:

$$y = \log_y (1 - \log_y x)$$

$$1 - \log_y x > 0 \rightarrow \log_y x < 1 \rightarrow x < y$$

$$0 < x < y \text{ و } x > 0$$

$$D_f = (0, y)$$

ب:

$$y = \log_y (1 - \log_{\frac{1}{y}} x)$$

$$1 - \log_{\frac{1}{y}} x > 0 \rightarrow \log_{\frac{1}{y}} x < 1 \rightarrow x < \frac{1}{y}$$

$$0 < x < \frac{1}{y} : x > 0$$

$$(0, \frac{1}{y}) = D_f$$

مثال:

$$y = \sqrt{y^2 x - x^2} - 1$$

$$y^2 x - x^2 - 1 \geq 0$$

$$y^2 x - x^2 \geq 1$$

$$x - x^2 \geq \frac{1}{y^2} \rightarrow x^2 - x + \frac{1}{y^2} \leq 0$$

$$D_f = [\frac{1}{y^2}, \frac{1}{y^2}]$$

ب:

$$y = \left(\frac{y^2 x + \omega}{y^2 x + \kappa} \right)!$$

$$\frac{y^2 x + \omega}{y^2 x + \kappa} = n$$

$$y^2 x + \omega = y^2 n x + \kappa n \rightarrow x = \frac{\omega - \kappa n}{y^2 n - y^2}$$

$$D_f = \left\{ \frac{\omega - \kappa n}{y^2 n - y^2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$$