پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...11... کلاس .... شارینا جعفری

1

محدوده a $f(x)=\begin{cases} x^3-4 & x>a \ (1) \\ 12x-20 & x\le a \ (2)\end{cases}$ یک به یک

$(1)\ R \to (a^3-4, +\infty)$

$(2)\ R \to (-\infty, 12a-20]$ } => اگر اجتماع یک به یک باشد $12a-20 \le a^3-4$

$a^3-4-12a+20 \geq 0 \Rightarrow a^3-12a+16 \geq 0$ $\quad if\ a=2 \to$ ریشه

$$\begin{array}{l|l} a^3-12a+16 & a-2 \\ -a^3+2a^2 & a^2+2a-8 \\ \hline 2a^2-12a+16 & \\ -2a^2+4a & \\ \hline -8a+16 & \\ +8a-16 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$(a-2)^2(a+4) \geq 0$

$$\begin{array}{ccccc} & -4 & & 2^* & \\ - & 0 & + & 0 & + \end{array} \Rightarrow \boxed{a\in[-4, +\infty)}$$

2

اگر $f(x)=3x+k$ و $f^{-1}(2)=4$: $k=-10$ $\quad f(x)=3x-10$

$f^{-1}(2)=4 \leadsto f(4)=2 \Rightarrow \cancel{3(4)}^{12}+k=2$

الف) $f(7)$

$\cancel{3(7)}-10=11$

21

ب) $f(f(x))\quad 3(3x-10)-10 = 9x-30-10 = 9x-40$

3

اگر $A(2a, a)$ روی وارون تابع $f(x)=\frac{ax}{x-1}$ باشد مقدار a ؟

$A\begin{vmatrix} 2a \\ a \end{vmatrix} \to \begin{vmatrix} a \\ 2a \end{vmatrix}$

$f(x)=\frac{ax}{x-1} \xrightarrow{if\ x=a} \frac{a^2}{a-1}=2a \Rightarrow a^2=2a^2-2a \Rightarrow a^2-2a=$

$a=0$ ✗ تابع ثابت می شود و وارون پذیر نیست

$\boxed{a=2}$

4

اگر توابع $f=\{(3,5)(4,7)(7,2)(9,6)\}$ و $g=\{(3,2)(8,6)(9,5)\}$:

$f^{-1} \to (5,3)(7,4)(2,7)(6,9)$

الف) $fof^{-1} \to fof^{-1} \to \{(5,5)(7,7)(2,2)(6,6)\}$

ب) $f^{-1}of \to \{(3,3)(4,4)(7,7)(9,9)\}$

$g^{-1} \to (2,3)(6,8)(5,9)$

ج) $fog^{-1} \to \{(2,5)(5,6)\}$

د) $g^{-1}of \to \{(3,9)(7,3)(9,8)\}$

5

اگر $f=\{(2,4)(4,8)(6,10)\}$ و $g=\{(2,1)(4,3)(6,5)\}$ و $h=\{(1,2)(3,4)(4,1)(5,1)\}$. حاصل $\frac{h}{fog^{-1}}$

$g^{-1}=\{(1,2)(3,4)(5,6)\}$

$fog^{-1}=(1,4)(3,8)(5,10)$

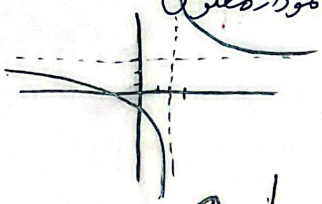
$\frac{h}{fog^{-1}} \to \{(1, \frac{2}{4})(3, \frac{4}{8})(5, \frac{1}{10})\}$ دزن

$h=(1,2)(3,4)(4,1)(5,1)$

$\frac{h}{fog^{-1}}=\{(1,\frac{1}{2})(3,\frac{1}{2})\}$

تابع $y=\frac{3x+1}{x-2}$. معکوس پذیری را با شکل بررسی کنید و ضابطه معکوس و نمودار معکوس ۶

قائم $\to 2$
افقی $\to 3$
$\text{if } x=0 \to -\frac{1}{2}$



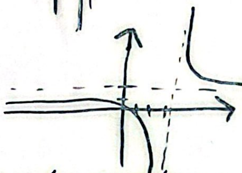
$\Rightarrow$ وارون $\Rightarrow y=\frac{3x+1}{x-2} \Rightarrow y(x-2)=3x+1$

$yx-2y=3x+1$

$3x-yx=-2y-1$

$x(3-y)=-2y-1$

$x=\frac{-2y-1}{3-y}$



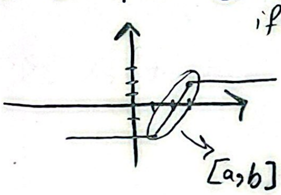
قائم $=3$
افقی $=2$
$\text{if } x=0 \to -\frac{1}{3}$

ضابطه معکوس $y=\frac{-2x-1}{-x+3}$

$f(x)=|x-1|-|x-3|$ در بازه $[a,b]$ وارون پذیر. اگر طول این بازه حداکثر مقدار ممکن. ضابطه تابع معکوس؟ ۷

ریشه ① ③

$\text{if } x=1 \to -2$
$\text{if } x=3 \to 2$



$[a,b]=[1,3]$

$\text{if } 1<x<3 \to x-1-(-x+3)$

$x-1+x-3$

$y=2x-4$

معکوس

$y+4=2x \Rightarrow x=\frac{y+4}{2} \Rightarrow \boxed{y=\frac{x}{2}+2}$

$f(x)=\begin{cases}x^3+4 & x\ge 1\\ 4x-1 & x\le 0\end{cases}$ وارون پذیری. در صورت امکان ضابطه وارون؟ ۸

$f(x)\begin{cases}x^3+4 & x\ge 1 \to \text{if } x=1 \Rightarrow y=5\\ 4x-1 & x\le 0 \to \text{if } x=0 \Rightarrow y=-1\end{cases}$

$f^{-1}(x)\begin{cases}y=\sqrt[3]{x-4} & x\ge 5\\ y=\frac{x}{4}+\frac{1}{4} & x\le -1\end{cases}$

$y=x^3+4 \to y-4=x^3 \Rightarrow x=\sqrt[3]{y-4} \Rightarrow y=\sqrt[3]{x-4}$

$y=4x-1 \to y+1=4x \Rightarrow x=\frac{y+1}{4} \Rightarrow y=\frac{x}{4}+\frac{1}{4}$

ضابطه وارون $f(x)=x^2-\frac{(x+1)^3}{x+3}$ به صورت $f^{-1}(x)=\frac{ax+b}{2x+d}$. حاصل $f^{-1}(b)$ ۹

$\frac{\cancel{x^3}+\cancel{3x^2}-\cancel{x^3}-1-\cancel{3x^2}-3x}{x+3}=\frac{-1-3x}{x+3}$

$y=\frac{-3x-1}{x+3} \to yx+3y=-3x-1$

$yx+3x=-1-3y$

$x(y+3)=-1-3y$

$x=\frac{-1-3y}{y+3}$

$\hookrightarrow f^{-1}(x)=\frac{-1-3x}{x+3}$

$\frac{-1-3x}{x+3} \to \frac{ax+b}{2x+d}$

$a=-6 \quad b=-2 \Rightarrow f^{-1}(-2)=\frac{-1-(3\times -2)}{-2+3}=\frac{5}{1}=5$
$d=6$

ضابطه معکوس f؟ $f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ ۱۰

$yx^2+y-x=0 \quad x=\frac{1\pm\sqrt{1-4y^2}}{2y}$

$R_f\ \frac{x}{x^2+1} \to [-\frac{1}{2},\frac{1}{2}] \leftarrow$ چون دامنه معکوس با برد تابع اصلی برابر است

$f^{-1}(x)=\frac{1\pm\sqrt{1-4x^2}}{2x} \Rightarrow x\in[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$