نام و نام خانوادگی ......جمانه مرسه‌ای...... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ....11.. **کلاس** ..یازدهم ریاضی B..........

۱

برد دو تابع نباید هم پوشانی داشته باشند

$x^3+(-4)=f(x) \to R=(a^3-4, +\infty)$ و $12x-20=f(x) \to R=(-\infty, 12a-20]$

$12a-20 \le a^3-4 \to a^3-12a+16 \ge 0 \to (a-2)^2(a+4) \ge 0 \to$

	-4		2^*	
$-$	0	$+$	0	$+$

$a \ge -4$

۲

$f(x)=3x+k \to y=3x+k \to y-k=3x \to x=\frac{y-k}{3} \to y=\frac{x-k}{3} \to f^{-1}(x)=\frac{x-k}{3}$

$f^{-1}(2)=4 \to \frac{2-k}{3}=4 \to 2-k=12 \to k=-10$

$f(7)=3(7)-10=21-10=11$

ب) $f(f(x))=3(3x-10)-10=9x-40$

۳

$f(x)=\frac{ax}{x-1} \to y=\frac{ax}{x-1} \to yx-y=ax \to (y-a)x=y \to x=\frac{y}{y-a} \to f^{-1}(x)=\frac{x}{x-a}$

$\to A(2a,a) \to \frac{2a}{2a-a}=a \to \frac{2a}{a}=a=2 \to \boxed{a=2}$

۴

الف) $f\circ f^{-1}=\{(5,5)(7,7)(2,2)(6,6)\}$

ب) $f^{-1}\circ f=\{(3,3)(4,4)(7,7)(9,9)\}$

ج) $f\circ g^{-1}=\{(2,5)(5,6)\}$

د) $g^{-1}\circ f=\{(3,9)(7,3)(9,8)\}$

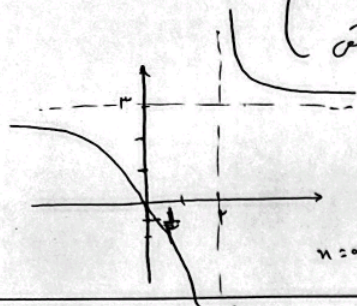
۵

$g^{-1}=\{(1,2)(3,4)(5,6)\} \to f\circ g^{-1}=\{(1,4)(3,8)(5,0)\}$

$\frac{h}{f\circ g^{-1}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$, $\frac{h}{f\circ g^{-1}}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$, $\frac{h}{f\circ g^{-1}}=\frac{1}{0} \to$ حذف $\to \frac{h}{f\circ g^{-1}}=\{(1,\frac{1}{2}),(3,\frac{1}{2})\}$

۶

$y = \dfrac{3x+1}{x-2} \longrightarrow$ { مجانب قائم $\rightarrow$ ریشه مخرج $= x \rightarrow x = 2$; مجانب افقی $\rightarrow \dfrac{a}{c} = y \rightarrow y = 3$ }

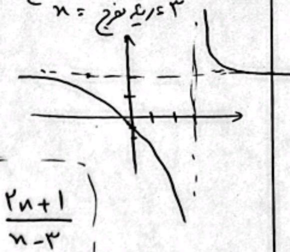


$\xrightarrow{\text{تابع یک به یک ✓}} y = \dfrac{3x+1}{x-2} \rightarrow yx - 2y = 3x+1 \rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{2x+1}{x-3}$

$x = 0 \rightarrow y = -\dfrac{1}{2}$

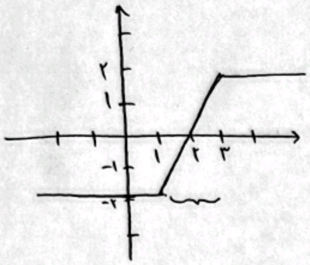
$y = \dfrac{2x+1}{x-3} \rightarrow$ { $y = \dfrac{a}{c} = 2$; $x = 3 =$ ریشه مخرج }

$x = 0 \rightarrow y = -\dfrac{1}{3}$



۷

$y = |x-1| - |x-3| \rightarrow \left|\begin{matrix}1\\-2\end{matrix}\right| \begin{matrix}3\\2\end{matrix} \left|\begin{matrix}0\\-2\end{matrix}\right| \begin{matrix}4\\2\end{matrix}$



$\rightarrow [a,b] \rightarrow [1,3] \rightarrow a = 1 , b = 3 \rightarrow y = 2x - 4 , x \in [1,3]$

$y = 2x - 4 \rightarrow y^{-1} = \dfrac{x+4}{2} \rightarrow R_y = D_{y^{-1}} = [-2,2]$

۸

$x^3 + 4 = y \rightarrow R = [5, +\infty)$, $4x - 1 = y \rightarrow R = (-\infty, -1]$

بردها هم پوشانی ندارند ← یک به یک است ✓

$y = x^3 + 4 \rightarrow x^3 = y - 4 \rightarrow x = \sqrt[3]{y-4}$

$y = 4x - 1 \rightarrow 4x = y + 1 \rightarrow x = \dfrac{y+1}{4} \rightarrow y = \dfrac{x+1}{4}$

$$f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x-4} \rightarrow R_y = D_{y^{-1}} = [5, +\infty) = x \geq 5 \\ \dfrac{x+1}{4} \rightarrow R_y = D_{y^{-1}} = (-\infty, -1] , x \leq -1 \end{cases}$$

۹

$f(x) = x^2 - \dfrac{(x+1)^3}{x+3} \rightarrow f(x) = \dfrac{x^3 + 3x^2 - x^3 - 1 - 3x^2 - 3x}{x+3} = \dfrac{-3x-1}{x+3}$

$y = \dfrac{-3x-1}{x+3} \rightarrow yx + 3y = -3x - 1 \rightarrow (y+3)x = -3y - 1 \rightarrow x = \dfrac{-3y-1}{y+3} \rightarrow y = \dfrac{-3x-1}{x+3}$

$\dfrac{-3x-1}{x+3} = \dfrac{ax+b}{2x+d} \rightarrow a = -6 , b = -2 , d = 6 \rightarrow f^{-1}(b) = f^{-1}(-2) = \dfrac{-3(\overset{+6}{\cancel{-2}}) - 1}{-2+3} = 5$

۱۰

$y = \dfrac{x}{x^2+1} \rightarrow y(x^2+1) = x \rightarrow yx^2 + y - x = 0 \rightarrow x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow b = -1 , c = y , a = y$

$x = \dfrac{1 \pm \sqrt{1 - 4y^2}}{2y} , y \neq 0$, $f^{-1}(x) = \begin{cases} \dfrac{1 + \sqrt{1-4x^2}}{2x} \\ \dfrac{1 - \sqrt{1-4x^2}}{2x} \end{cases}$

$1 - 4x^2 > 0 \rightarrow x^2 < \dfrac{1}{4} \rightarrow -\dfrac{1}{2} < x < \dfrac{1}{2}$

$\hookrightarrow x \in [-\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}] , x \neq 0$