

نام و نام خانوادگی: فربانزاد الیاس پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۱۱... کلاس: یازدهم ریاضت ۱۳۹۸

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 4 & x > a \\ 12x - 20 & x \leq a \end{cases} \quad x = a \quad a^3 - 4 = 12a - 20 \quad a^3 - 12a + 16 = 0$$

$$\underline{a=2} \rightarrow (a-2)(a^2+2a-8) \rightarrow \underbrace{(a-2)^2}_{\text{همیشه مثبت}} (a+4) \quad a+4 > 0 \quad \boxed{a > -4}$$

۱

$$f(x) = 3x + k \quad f^{-1}(2) = 4 \rightarrow f(4) = 2 \rightarrow f(4) = 3(4) + k$$

$$12 + k = 2 \quad k = -10 \quad f(x) = 3x - 10$$

$$\text{الف) } f(7) = 3(7) - 10 = \boxed{11}$$

$$\text{ب) } f(f(x)) = 3(3x - 10) - 10 = \boxed{9x - 40}$$

۲

$$A(2a, a) \xrightarrow{\text{ردی دارد}} f(x) = \frac{ax}{x-1} \Rightarrow A(a, 2a) \text{ ردی خود تابع}$$

$$\begin{matrix} \nearrow \\ \text{جای نماند} \end{matrix} \quad x=a \rightarrow \frac{a(a)}{a-1} = 2a \quad \frac{a^2}{a-1} = 2a \quad a^2 = 2a^2 - 2a \quad a^2 - 2a = 0$$

$$a(a-2) = 0 \quad \begin{cases} \boxed{a=2} \\ \boxed{a=0} \end{cases} \quad x \neq 1 \rightarrow \begin{matrix} \text{اگر } a=0 \text{ باشد تابع} \\ \text{صفری شود و وارون ندارد} \end{matrix} \quad \boxed{a=2}$$

۳

$$\text{الف) } f \circ f^{-1} \quad 5 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \quad 7 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \quad 2 \rightarrow 7 \rightarrow 2 \quad 4 \rightarrow 9 \rightarrow 4$$

$$[(5, 5), (7, 7), (2, 2), (4, 4)]$$

$$\text{ب) } f^{-1} \circ f = 3 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \quad 4 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \quad 7 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \quad 9 \rightarrow 4 \rightarrow 9$$

$$[(3, 3), (4, 4), (7, 7), (9, 9)]$$

۴

$$\text{ج) } f \circ g^{-1} \quad 2 \rightarrow 3 \quad 4 \rightarrow 8 \quad 5 \rightarrow 9 \rightarrow 4 \quad [(5, 4)]$$

$$\text{د) } g^{-1} \circ f \quad 3 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \quad 4 \rightarrow 7 \quad 7 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \quad 9 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \quad [(3, 9), (7, 3), (9, 8)]$$

$$g^{-1}(x) = \{(1, 2), (3, 4), (5, 4)\} \quad f \circ g^{-1} \Rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \quad 3 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \quad 5 \rightarrow 4 \rightarrow 8$$

$$[(1, 4), (3, 8), (5, 8)]$$

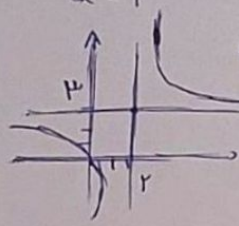
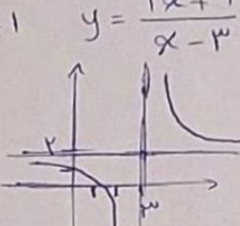
$$\frac{h}{f \circ g^{-1}} \Rightarrow [(1, \frac{2}{4}), (3, \frac{4}{8}), (5, \frac{4}{8})] \rightarrow [(1, \frac{1}{2}), (3, \frac{1}{2}), (\cancel{5, \frac{1}{2}})]$$

۵

$$y = \frac{3x+1}{x-2} \quad x=2 \quad y=\frac{a}{c}=3 \quad \rightarrow \quad x = \frac{3y+1}{y-2} \quad xy - 2x = 3y+1$$

$$y(x-2) = 3x+1 \quad y = \frac{3x+1}{x-2} \quad x=3 \quad y=2$$

توجه: محورهای متعامد را در نظر بگیرید

۶

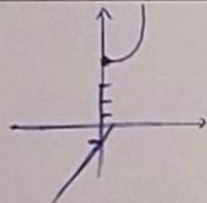
$$f(x) = |x-1| - |x-3|$$

$$\begin{array}{c|c|c} -x+1+x+3 & x-1+x-3 & x-1-x+3 \\ \hline (-2) & (2x-4) & (2) \end{array} \rightarrow [a, b] \rightarrow [1, 3]$$

در این حالت

$$y = 2x - 4 \quad x = 2y - 4 \quad y = \frac{x+4}{2}$$

۷

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x \leq 0 \end{cases}$$


توجه: در این حالت

۸

$$f^{-1}(x) \Rightarrow \begin{cases} x^3 + 1 = y & y^3 + 1 = x & y = \sqrt[3]{x-1} \\ 2x - 1 = y & 2y - 1 = x & y = \frac{x+1}{2} \end{cases} \rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x-1} & x \geq 2 \\ \frac{x+1}{2} & x \leq -1 \end{cases}$$

$$f(x) = x^2 \cdot \frac{(x+1)^3}{x+3} \quad f^{-1}(x) \rightarrow x = y^2 \cdot \frac{(y+1)^3}{y+3} \quad x(y+3) = y^2(y+3)^3 - (y+1)^3$$

$$x(y+3) = -4y - 1 \quad x = \frac{-4y-1}{y+3} \rightarrow y = \frac{-3x-1}{x+3} \quad \frac{y(-3x-1)}{y+3} = \frac{y^2(y+3)^3 - (y+1)^3}{y+3}$$

$$\frac{-4x-1}{x+3} = \frac{ax+b}{cx+d} \quad a=-4 \quad b=-1 \quad c=1 \quad d=3 \quad f^{-1}(b) \Rightarrow \frac{ab+b}{cb+d} \rightarrow \frac{b(a+1)}{cb+d} = \frac{-1(-4+1)}{1(-1)+3} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{10}{2} = \boxed{5}$$

۹

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \quad y = \frac{x}{x^2+1} \quad y(x^2+1) = x \quad yx^2 - x + y = 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4y^2}}{2y} \quad x, y \in \mathbb{R} \quad \text{در دو قسمت} \quad y = \frac{1 + \sqrt{1-4x^2}}{2x}$$

۱۰