نام و نام خانوادگی ...[illegible]... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** 11 ... **کلاس** ... یازدهم B ...

۱

$f(x)=\begin{cases} x^3-4 & x>a \\ 12x-20 & x\leq a \end{cases}$ $\to a^3-4>12a-20 \to a^3-12a+16>0$

$=(a-2)(a^2+2a-8)>0 \to$ (roots: 2 ; $-4, 2$)

Sign table: -4, 2 : $-$ | $+$ | $+$

$\to (-4,2)\cup(2,+\infty) \to = (-4,+\infty) \to a>-4$

۲

$f^{-1}(2)=4 \to f(4)=2 \to f(4)=12+k=2 \to k=-10$

الف) $f(7)=3x-10=21-10=11$

ب) $f(f(x))=f(3x-10)=3(3x-10)-10=9x-30-10=9x-40$

۳

$f(x)=\dfrac{ax}{x-1}$ $\quad f^{-1}(2a)=a \to f(a)=2a \xrightarrow{x=a} \dfrac{a^2}{a-1}=2a \to$

$a^2=2a(a-1) \Longrightarrow a^2=2a^2-2a \to a^2-2a=0 \to a(a-2)=0$ $\begin{cases} a=0 & \text{تابع ثابت وارون ندارد} \\ a=2 \ \checkmark & \text{ق ق} \end{cases}$

۴

$f^{-1}=\{(5,3)(7,4)(2,7)(4,9)\}$ $\quad g^{-1}=\{(2,3)(9,8)(5,9)\}$

الف) $f\circ f^{-1}=$ $5\to3\to5$ $\quad 7\to4\to7$ $\quad 2\to7\to2$ $\quad 4\to9\to4$

$=(2,2)(4,4)(7,7)(5,5)$

ب) $f^{-1}\circ f=$ $3\to5\to3$ $\quad 4\to7\to4$ $\quad 7\to2\to7$ $\quad 9\to4\to9$

$=(3,3)(4,4)(7,7)(9,9)$

ج) $f\circ g^{-1}=$ $2\to3\to5$ $\quad 9\to8\to\times$ $\quad 5\to9\to4$

$(2,5)(5,4)$

د) $g^{-1}\circ f$ $\quad 3\to5\to9$ $\quad 7\to2\to3$ $\quad 4\to7\to\times$ $\quad 9\to4\to8$

$(9,8)\ (7,3)\ (3,9)$

۵

$g^{-1}=(1,2)(3,4)(5,6)$ $\quad f\circ g^{-1}=$ $3\to4\to8$ $\quad 1\to2\to4$ $\quad 5\to6\to0$

$=\{(5,0)(3,8)(1,4)\}$

$D_{\frac{h}{f\circ g^{-1}}}=\{1,3,5\} \to x=1 \to \dfrac{2}{4}=(1,\tfrac{1}{2})$

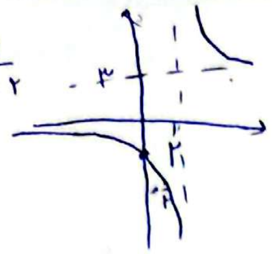
(ریشه مخرج ۵)

$x=3 \to \dfrac{4}{8}=(3,\tfrac{1}{2})$

$\dfrac{h}{f\circ g^{-1}}=\{(1,\tfrac{1}{2})(3,\tfrac{1}{2})\}$

۶

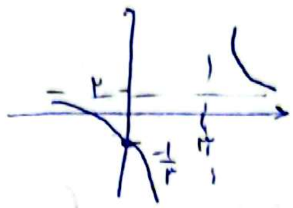
$y=\frac{3x+1}{x-2}$



معکوس پذیر است ✓

$y=\frac{3x+1}{x-2} \to xy-2y-3x-1=0$

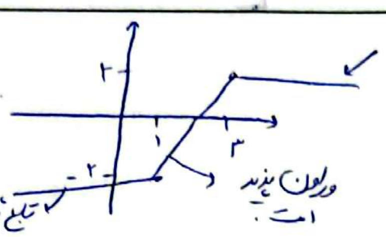
$x(y-3)=1+2y \to x=\frac{1+2y}{y-3} \to y=\frac{1+2x}{x-3}=f^{-1}(x)$



$D=R-\{3\}$

۷

$f(x)=|x-1|-|x-3|$



وارون پذیر نیست ← تابع ثابت

وارون پذیر است

تابع ثابت ← وارون پذیر نیست

$[a,b]=[-2,2]$

$(1,-2) \to -2=a+b$

$(3,2) \to 2=3a+b$

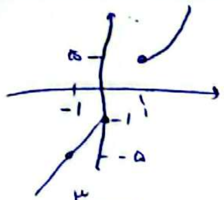
$2a=4 \to a=2 \quad b=-4$

$y=2x-4$

$x=2y-4 \to 2y=x+4 \to y=\frac{x+4}{2}$

۸

$f(x)=\begin{cases} x^3+4 & x\geq 1 \\ 4x-1 & x\leq 0 \end{cases}$



وارون پذیر است ✓

$D_{f^{-1}}=(-\infty,-1]\cup[5,+\infty)$

(1) $y=x^3+4 \to x=y^3+4 \to y^3=x-4 \to y=\sqrt[3]{x-4}$

(2) $y=4x-1 \to x=4y-1 \to 4y=x+1 \to y=\frac{x+1}{4}$

$f^{-1}(x)=\begin{cases} \sqrt[3]{x-4} & x\geq 5 \\ \frac{x+1}{4} & x\leq -1 \end{cases}$

۹

$f(x)=x^2-\frac{(x+1)^3}{x+3}=\frac{x^2(x+3)-(x+1)^3}{x+3}=\frac{x^3+3x^2-x^3-3x^2-3x-1}{x+3}=$

$y=\frac{-3x-1}{x+3} \to f^{-1}(x),\ xy+3y+3x+1=0 \to x(y+3)=-1-3y$

$\to x=\frac{-1-3y}{y+3} \to y=\frac{-3x-1}{x+3}=f^{-1}(x)$ (صورت و مخرج را در ۲ ضرب می‌کنیم) $f^{-1}(x)=\frac{-6x-2}{2x+6} \xrightarrow{x=-2} f^{-1}(-2)=\frac{6-1}{1}=5$

۱۰

$f(x)=\frac{x}{x^2+1} \to x=\frac{y}{y^2+1} \to xy^2+x-y=0 \to y=\frac{1\pm\sqrt{1-4x^2}}{2x}=$

غ ق ق (چون دامنه $[0,+\infty)$ است.)

$f^{-1}(x)=\frac{1+\sqrt{1-4x^2}}{2x} \quad D: x>0$