نام و نام خانوادگی: رزا دفتری   شماره تکلیف: ۱۱   کلاس: ریاضی یازدهم تجربی سه‌شنبه‌ها

۱-

$f(x)=\begin{cases} x^۳-۴ \ , \ x>a \to a^۳-۴ \\ ۱۲x-۲۰ \ , \ x\leq a \to ۱۲a-۲ \end{cases}$ $f(x) \to R=(-\infty \ , ۱۲a-۲۰]$

$\Rightarrow a^۳-۴ \geq ۱۱a-۲ \to a^۳-۱۲a+۱۶ \geq ۰ \to (a-۲)(a^۲+۲a-۸) \geq ۰ \to (a-۲)(a+۴)(a-۲) \geq ۰$

$\begin{array}{ccccc} & -۴ & & +۲ & \\ \hline - & ० & + & ० & + \end{array}$ $\boxed{a \geq -۴}$

۲- الف)

$f(x)=۳x+k \ , \ f^{-1}(+۲)=۴$

$\longrightarrow f^{-1}(x) = x = ۳y+k \to ۳y = x-k \to y=\frac{\overset{۲}{x}-k}{۳}=۴ \to k=-۱۰$

$f(۷)=۲۱-۱۰=\boxed{۱۱}$

ب)

$f(f(x))=\boxed{۹x-۴۰}$

$۳(۳x-۱۰)-۱۰=۹x-۳۰-۱۰=\boxed{۹x-۴۰}$

۳-

$f(x)=\frac{ax}{x-۱} \to f^{-1}(x): x=\frac{ya}{y-۱} \to y=-\frac{-x}{x-a} \to y=\frac{x}{x-a}$

$A(۲a, a) \to \frac{۲\cancel{a}}{\cancel{۲a-a}} = a \to a=\cancel{۴} \to ۲$

۴-

$f\circ f^{-1}=\{(۵,۵)(۳,۳)(۷,۷)(۶,۶)\}$

$f^{-1}\circ f=\{(۳,۳)(۴,۴)(۷,۷)(۹,۹)\}$

$f\circ g^{-1}=\{(۲,۵)(۵,۶)\}$

$g^{-1}\circ f=\{(۳,۹)(۷,۳)(۹,۸)$

۵-

$f=\{(۲,۴)(۴,۸)(۶,۰)\}$ $f\circ g^{-1}=\{(۱,۴)(۳,۸)(۵,۰)\}$ [illegible]

$g=\{(۲,۱)(۴,۳)(۶,۵)\}$

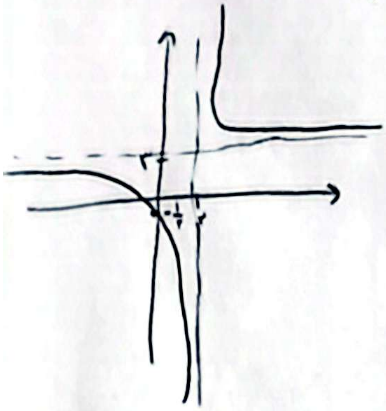
$h=\{(۱,۲)(۳,۴)(۴,۱)(۵,۰)\}$

$\frac{h}{f\circ g^{-1}}=\{(۱,\frac{۱}{۲})(۳,\frac{۱}{۲})(۵, \cancel{\text{تعریف}})\} \to \{(۱,\frac{۱}{۲})(۳,\frac{۱}{۲})\}$

-۶

$y=\frac{۳x+۱}{x-۲}$ $\frac{a}{c}=۳$

$\rightarrow ۲=x$ $x=۰, y=-\frac{۱}{۲}$

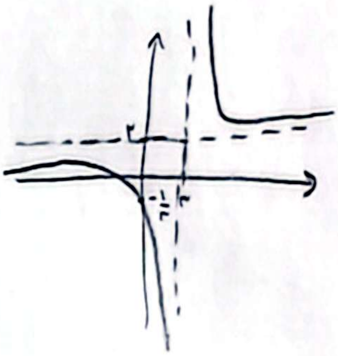


$\frac{۳y+۱}{y-۲}=x \rightarrow \boxed{y=\frac{۲x+۱}{x-۳}}$

ریشه قائم = ۳

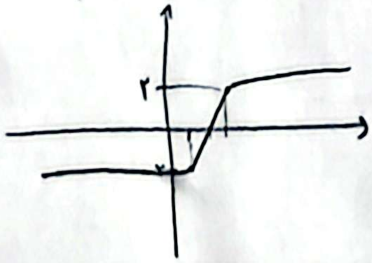
$\frac{a}{c}=۲$

$x=۰, y=-\frac{۱}{۳}$



-۷

$f(x)=|x-۱|-|x-۳|$ ← ۱ ، → ۳



$y=۲x-۴ \xrightarrow[\text{معکوس}]{} x=۲y-۴ \rightarrow ۲y=x+۴$

$\rightarrow y=\frac{x+۴}{۲}$

$\boxed{R=[-۲,۲] \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x+۴}{۲}, x\in[-۲,۲]}$

$y=ax+b$

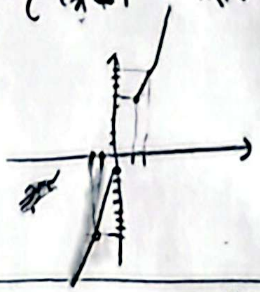
$۳a+b=۲$

$-a+b=۱$

$۲a=۴ \rightarrow a=۲, b=-۴ \Rightarrow y=۲x-۴$

-۸

$f(x)=\begin{cases} x^۳+۴ & x\geq ۱ \rightarrow R=[۵,+\infty) \\ ۴x+۱ & x\leq ۰ \rightarrow R=(-\infty,۱] \end{cases}$



$x=y^۳+۴ \rightarrow y^۳=x-۴ \rightarrow y=\sqrt[۳]{x-۴}$

$x=۴y-۱ \rightarrow ۴y=x+۱ \rightarrow y=\frac{x+۱}{۴}$

$f^{-1}(x)=\begin{cases} \sqrt[۳]{x-۴} & x\geq ۵ \\ \frac{x+۱}{۴} & x\leq -۱ \end{cases}$

-۹

$f(x)=x^۲-\frac{(x+۱)^۳}{x+۳} \rightarrow f(x)=\frac{x^۳+۳x^۲-x^۳-۱-۳x^۲-۳x}{x+۳}=\frac{-۳x-۱}{x+۳}$

$\rightarrow y=\frac{-۳x-۱}{x+۳} \rightarrow x=\frac{-۳y-۱}{y+۳} \rightarrow y=\frac{-۳x-۱}{x+۳}=\frac{ax+b}{۲x+d}$ $\Big]$ $a=-۶$, $b=-۲$, $d=۶$

$f^{-1}(b)=f^{-1}(-۲)=\frac{-۳(-۲)-۱}{-۲+۳}=۵$

-۱۰

$f(x)=\frac{x}{x^۲+۱} \rightarrow y(x^۲+۱)=x \rightarrow yx^۲+y=x \rightarrow yx^۲+y-x=۰$

$\rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a} \rightarrow a=y, b=-۱, c=y \rightarrow x=\frac{-(-۱)\pm\sqrt{۱-۴y^۲}}{۲y}$

غلط

$f^{-1}(x)=\frac{۱+\sqrt{۱-۴x^۲}}{۲x}$ $x>۰$ $x\in(۰,+\frac{۱}{۲}]$