۲۳
۱۲

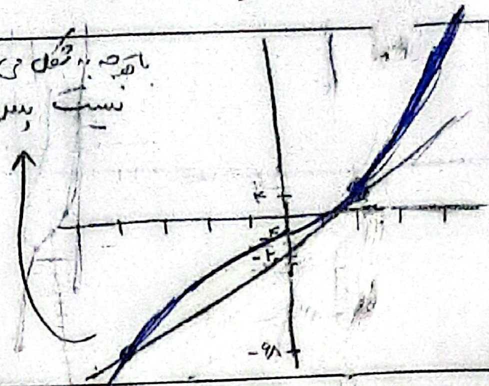
نام و نام خانوادگی ...اسماعیلی کیا... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۱... کلاس ...یازدهم رضا B...

۱

$$f(x)=\begin{cases} x^3-4 & ; x>a \\ 12x-20 & ; x\le a \end{cases}$$

با توجه به شکل می‌فهمیم اگر $a \ge -4$ باشد تابع یک به یک است

نسبت پس $\boxed{a \ge -4}$



$x^3-4=12x-20$

$x^3-12x+16=0 \to (x^3+12x-6x^2-8)-24x+24+6x^2$

$(x-2)^3+6(x^2-4x+4)=(x-2)^3+6(x-2)^2$

$=(x-2)^2(x-2+6)=(x-2)^2(x+4) \to -4,\ 2$

۲

$f(x)=3x+k$; $f^{-1}(2)=4$ ← یعنی اگر در تابع $x=4$ ← $f(x)$ باید مقدار تابع باید ۲ باشد

$3\times4+k=2$

$k=-10$

$\boxed{f(x)=3x-10}$

الف) $f(7) \Rightarrow f(x)=3x-10$

$f(7)=21-10=\boxed{11}$

ب) $f(f(x)) \Longrightarrow 3(3x-10)-10$

$=9x-30-10=\boxed{9x-40}$

۳

$f(x)=\dfrac{ax}{x-1}$; $A(2a,a)$ اگر $(2a,a)$ روی وارون تابع است پس نقطه $(a,2a)$ روی خود تابع است $\Longleftarrow$

a?

$2a=\dfrac{a\times a}{a-1}$; $2a=\dfrac{a^2}{a-1}$

$2a^2-2a=a^2$

$a^2-2a=0 \Longrightarrow a(a-2)=0$ → $a=2$ ، $a=0$ غ ق ق

۴

الف) $f\circ f^{-1}$ ابتدا f^{-1} را پیدا می‌کنیم:

$f^{-1}=\{(5,3),(7,4),(2,7),(6,9)\}$

$f\circ f^{-1}=\{(5,5),(7,7),(2,2),(6,6)\}$

ج) $f\circ g^{-1}$

$g^{-1}=\{(2,3),(6,8),(5,9)\}$

$f\circ g=\{(2,5),(5,6)\}$

ب) $f^{-1}\circ f$

$=\{(3,3),(4,4),(7,7),(9,9)\}$

$g^{-1}\circ f$

$=\{(3,9),(7,3),(4,8)\}$

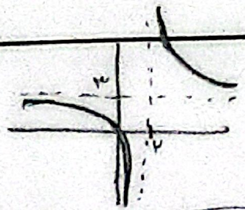
۵

$g^{-1}=\{(1,2),(3,4),(5,6)\}$

$f\circ g^{-1}=\{(1,4),(3,8),(5,0)\}$

$\dfrac{h}{f\circ g^{-1}}=\{(1,\frac{2}{4}),(3,\frac{4}{8}),\cancel{(5,\frac{1}{0})}\} \to \boxed{\dfrac{h}{f\circ g^{-1}}=\{(1,\frac{1}{2}),(3,\frac{1}{2})\}}$

$y=\frac{3x+1}{x-2}$ مجانب قائم = ریشه مخرج = 2 ; مجانب افقی $=\frac{a}{c}=3$ $\xrightarrow{x=0} y=-\frac{1}{2}$



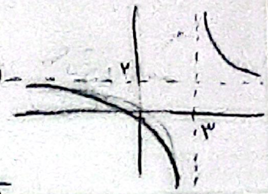
تابع یک به یک و معکوس پذیر است

$f^{-1}(x) \Rightarrow y=\frac{3x+1}{x-2} \to x=-\frac{-2y-1}{+y-3}=\frac{2y+1}{y-3} \Rightarrow \boxed{y=\frac{2x+1}{x-3}}$ 6

ضابطه تابع معکوس

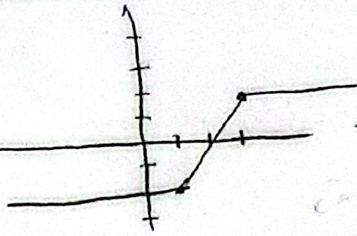
مجانب افقی $=2 \to x=0 \to y=-\frac{1}{3}$

مجانب قائم $=3$



$f(x)=|x-1|-|x-3|$

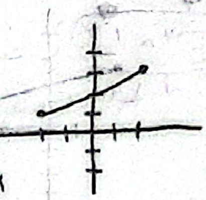
$-x+1+x-3=-2$	$x-1+x-3=2x-4$	$x-1-x+3=2$



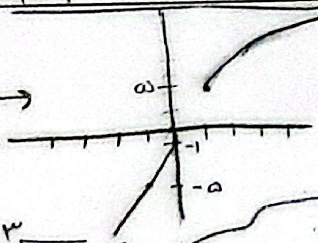
فقط در بازه‌ی $[1,3]$ نمودار یک به یک و وارون پذیر است 7

در بازه‌ی $[1,3]$ ضابطه‌ی این تابع $2x-4$ است و برد آن $[-2,2]$ است

$f^{-1}(x) \Rightarrow 2x-4=y \Rightarrow x=\frac{y+4}{2} \Rightarrow y=\frac{x+4}{2}$, $D_{f^{-1}}=[-2,2]$



$f(x)=\begin{cases} x^3+4 & ; x\geq 1 \to R=[5,+\infty) \\ 4x-1 & ; x\leq 0 \to R=(-\infty,-1] \end{cases}$



تابع وارون پذیر است 8

$f^{-1}(x) \to$ $x^3+4=y \Rightarrow x=\sqrt[3]{y-4} \Rightarrow y=\sqrt[3]{x-4}$

$4x-1=y \Rightarrow x=\frac{y+1}{4} \Rightarrow y=\frac{x+1}{4}$

$\Rightarrow f^{-1}(x)=\begin{cases} \sqrt[3]{x-4} & ; x\geq 5 \\ \frac{x+1}{4} & ; x\leq -1 \end{cases}$

$f(x)=x^2-\frac{(x+1)^3}{x+3} \to \frac{x^2(x+3)-(x+1)^3}{x+3}=\frac{x^3+3x^2-x^3-3x-3x^2-1}{x+3}=\frac{-3x-1}{x+3}$

$f^{-1}(x) \to y=\frac{-3x-1}{x+1} \Rightarrow x=-\frac{3y+1}{y+3} \Rightarrow y=\frac{-3x-1}{x+3}=\frac{-6x-2}{2x+6}$ $\Rightarrow a=-6 , b=-2 , d=6$ 9

$f^{-1}(b)=f^{-1}(-2)=\frac{-3(-2)-1}{-2+3}=\frac{5}{1}=5$

$f(x)=\frac{x}{x^2+1}$

$f^{-1}(x) \Rightarrow y=\frac{x}{x^2+1} \Rightarrow yx^2+y=x \Rightarrow yx^2-x+y=0 \Rightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1-4y^2}}{2y}$ 10

$x=\frac{1+\sqrt{1-4y^2}}{2y} \Leftarrow$ ما از آنجایی که مقدار تابع همواره با x هم علامت است پس $+$ است $-$ غیر قابل قبول $y\neq 0$

$-\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$-$ $+$ $-$

$f^{-1}(x)=\frac{1+\sqrt{1-4x^2}}{2x}$, $D_{f^{-1}(x)}=[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]-\{0\}$