۱۹٫۵

پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۲ ..... کلاس ..... شادینا جعفری .....

**۱**

نمودار

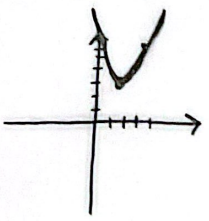
الف) $y = x^2 - 4x + 5$

$ext \begin{cases} x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2} = 2 \\ y_S = 4 - 8 + 5 = 1 \end{cases}$

$a > 0 \rightarrow min$

$x = 4 \rightarrow y = 5$

$x = 0 \quad y = 5$

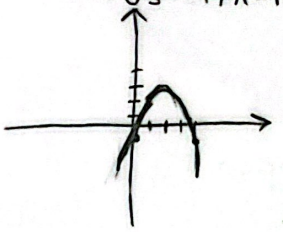


ب) $-x^2 + 4x - 1$

$a < 0 \rightarrow max$

$ext \begin{cases} x_S = \frac{-4}{-2} = 2 \\ y_S = -4 + 8 - 1 = 3 \end{cases}$

$x = 4 \rightarrow -16 + 16 - 1$



ج

**۲**

الف) دو ریشه متمایز

$\Delta > 0 \quad (m+1)^2 - 8\left(\frac{1}{2}m + 2\right)$

$m^2 + 1 + 2m - 4m - 16$

$m^2 - 2m - 15 > 0$

$(m-5)(m+3) > 0$

| | $-3$ | | $5$ | |
|---|---|---|---|---|
| | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |

$(-\infty, -3) \cup (5, +\infty)$

ب) یک ریشه ضعاف

$\Delta = 0$

$2x^2 - (m+1)x + \frac{1}{2}m + 2 = 0$

$m^2 - 2m - 15 = 0$

$(m-5)(m+3) = 0$

$m = 5 \quad m = -3$

ج) دو ریشه حقیقی نداشته باشد

$\Delta < 0$

$m^2 - 2m - 15 < 0$

$(m-5)(m+3) < 0$

| | $-3$ | | $5$ | |
|---|---|---|---|---|
| | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |

$(-3, 5)$

د) ریشه داشته باشد

$\Delta \geq 0$

$m^2 - 2m - 15 \geq 0$

| | $-3$ | | $5$ | |
|---|---|---|---|---|
| | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |

$(-\infty, -3] \cup [5, +\infty)$

**۳**

$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10 \quad S < 0 \quad P > 0 \quad \Delta > 0$

$\Delta > 0 \rightarrow (-2m-2)^2 - 40(m-2) = 4m^2 + 4 + 8m - 40m + 80 = 4m^2 - 32m + 84 > 0$

$\div 4 \rightarrow m^2 - 8m + 21 > 0 \rightarrow$ همواره برقرار

$\Delta < 0$

الف) هر دو نقطه به طول های منفی قطع کند:

$\begin{cases} S < 0 & \frac{2m+2}{m-2} < 0 \quad \begin{array}{c|ccc} & -1 & & 2 \\ \hline & + & 0 & - & \| \\ \end{array} \Rightarrow m \in (-1, 2) \quad (1) \\ P > 0 & \frac{10}{m-2} \quad \begin{array}{c|ccc} & & & 2 \\ \hline & - & \| & + \end{array} \rightarrow m \in (2, +\infty) \quad (2) \end{cases}$

$(1), (2) \rightarrow \cap \rightarrow \emptyset$

ب) دو ریشه مختلف العلامت و قدر مطلق ریشه منفی بزرگتر از: هر مطلق ریشه مثبت است.

$|\alpha| > |\beta| \quad \Delta > 0 \quad P < 0 \quad S < 0$

$\Delta > 0$ حل قبلی همواره برقرار

$P < 0 \quad \frac{10}{m-2} \rightarrow m < 2 \quad (1)$

$S < 0$ حل قبلی $m \in (-1, 2) \quad (2)$

$(1), (2) \rightarrow \cap \rightarrow m \in (-1, 2)$

ج

**۴**

$y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 10$

$\Delta > 0 \quad P < 0$

الف) از هر دو نا محور گذرد

$(-2m-2)^2 - \frac{4(m-2)(10)}{10m - 20} = 4m^2 + 4 + 8m - 40m + 80 > 0 \quad m^2 - 8m + 21 > 0 \rightarrow \Delta < 0$ همواره برقرار است

$P < 0 \quad \frac{10}{m-2} < 0 \quad \boxed{m < 2}$

ب) محور تقارن $x = -2$

$\frac{-b}{2a} = -2 \quad \frac{4(m+1)}{2m-4} = -2 \quad 2m + 2 =$

$\frac{2m+2}{2m-4} = \frac{m+1}{m-2} = -2 \Rightarrow -2m + 4 = m + 1$

$3m = 3 \Rightarrow \boxed{m = 1}$

ج

**۵**

دارای ریشه حقیقی و مقدار ریشه با شرط مثبت بودن

$\frac{2}{3}x^2 - (2\sin\alpha)x + \frac{3}{4} = 0$

$\frac{2}{3}x^2 - (2\sin\alpha)x + \frac{3}{4} = 0$

$\Delta \geq 0 \quad 4\sin^2\alpha - 4\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = 4\sin^2\alpha - 4 \geq 0$

$4\sin^2\alpha \geq 4 \quad \sin^2\alpha \geq 1 \quad \sin^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin\alpha = \pm 1$

$\sin\alpha = 1 \rightarrow \frac{2}{3}x^2 - 2x + \frac{3}{4} = 0 \quad \Delta = 4 - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{2}$

$\sin\alpha = -1 \rightarrow \frac{2}{3}x^2 + 2x + \frac{3}{4} = 0 \quad \Delta = 4 - 4 = 0 \rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{0}}{\frac{4}{3}} = \frac{-3}{2}$ ق ق

$y = \frac{(2x^2-2x-1)(2x^2-3x-5)}{1-x^2} = \frac{-1(x-1)(3x+1)(2x-5)(x+1)}{(1-x)(1+x)}$ max

$= -6x^2 + 12x + 5$

$\max \xrightarrow{\Delta/4a} \frac{-b^2+4ac}{4a} = \frac{-144-120}{-24} = \boxed{\frac{89}{12}}$

۶

$mx^2-(m+2)x-2=0$ $\quad \psi(\alpha+\beta) = 2(\alpha\beta)+7$ $\quad \alpha^2+\beta^2 = ?$

$S = \frac{(m+2)}{m}$ $\quad \psi\left(\frac{m+2}{m}\right) = 2\left(\frac{-2}{m}\right)+7$ $\quad \alpha^2+\beta^2 = S^2-2P$

$P = \frac{-2}{m}$ $\quad \frac{3m+6}{m} = \frac{-10}{m}+7$ $\quad (\frac{6}{4})^2 - 2(\frac{-2}{4})$

$4x^2-6x-2=0$ $\quad (\frac{3}{2})^2+1$

$\frac{3m+6}{m} = \frac{-10+7m}{m}$ $\quad \frac{9}{4}+\frac{4}{4} = \boxed{\frac{13}{4}}$

$3m+6 = 7m-10$ $\quad 4m=16$ $\quad m=4$

۷

$x^2-2x+2=0$ $\quad \frac{4\alpha+\beta^2}{2\beta^2}$

$\alpha+\beta=2$ $\quad \alpha=2-\beta$

$\alpha\beta=2$

$\beta^2 = 2\beta-2 \xrightarrow{\times 2} 2\beta^2 = 4\beta-10$

$\beta^4 = (2\beta-2)^2 \Rightarrow \beta^4 = 4\beta^2+4-8\beta \Rightarrow 16\beta-20+4-8\beta = 10\beta-4 \xrightarrow{\times\beta} \beta^5 = 10\beta^2-4\beta$

$\Rightarrow 20\beta-40-4\beta = 16\beta-40 = 8\beta$

$\frac{4(2-\beta)+16\beta-40}{2(2\beta-2)} = \frac{20-4\beta+16\beta-40}{4\beta-10} = \frac{16\beta-20}{4\beta-10}$

$\frac{19(4\beta-10)}{4\beta-10} = 19$

۸

$y_1 = ax^2+bx+c$ $\quad y_2 = 2x+10$ $\quad$ طول‌ها $\Rightarrow x = 2, -2$ $\quad$ عرض‌ها $\Rightarrow y = 4$ $\quad x_S = ?$

$\hookrightarrow ax^2+bx+4$ $\quad \hookrightarrow 2(2)+10 = 14$, $2(-2)+10 = 6$

$(0,4) \Rightarrow c = 4$

$4a+2b+4=14$

$9a-3b+4=6$

$\begin{cases} 2a+b=5 \\ 3a-b=0 \end{cases}$

$5a = 5$

$a=1 \quad b=2$

$x = \frac{-b}{2a} = \boxed{\frac{-3}{2}}$

۹

$y = 2x^2+(m+1)x+m+4$ $\quad$ بررسی: نقطه اول صحیح

$x = 2x^2+(m+1)x+m+4$

$2x^2+mx+m+4=0$

$\Delta = 0 \quad m^2-4(2)(m+4) = m^2-8m-32 = 0$

$(m-16)(m+4)=0$

$\hookrightarrow \boxed{m=16} \times \quad \boxed{m=-4} \checkmark$

۱۰