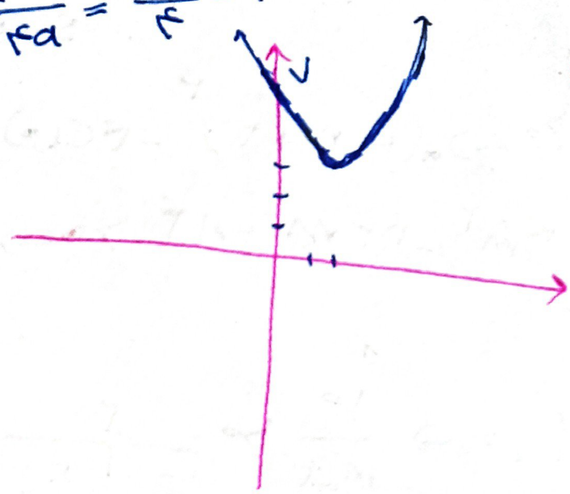
هلیا غفاری

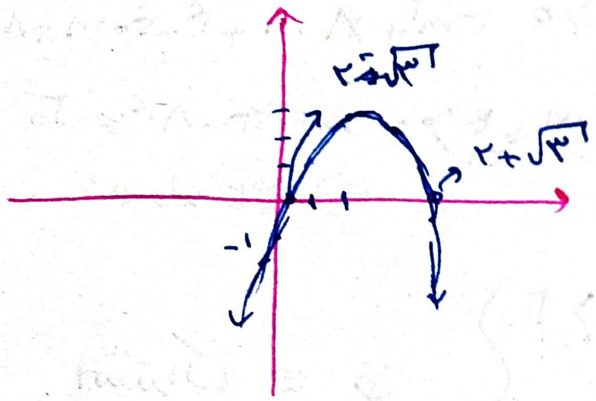
① الف)

ext $\left|\ \frac{-b}{2a} \to \frac{4}{2}=2,\quad \frac{-\Delta}{4a}=\frac{12}{4}=3\right.$



ب)

ext $\left|\ \frac{-b}{2a}=\frac{-4}{-2}=2,\quad \frac{-\Delta}{4a}=\frac{-12}{-4}=3\right.$



②

$$2x^2+(m+1)x+\frac{1}{2}m+2=0$$

الف) ② ریشه متمایز ← $\Delta>0$ و ~~P<0~~

① $\Delta>0 \to (m+1)^2-4(2)\underbrace{(\tfrac{1}{2}m+2)}_{m+4}>0 \Rightarrow m^2+2m+1-4m-16>0$

$m^2-2m-15>0 \to (m-5)(m+3)>0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -3 & & 5 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array}$

$\boxed{m<-3 \ \cup \ m>5}$

~~② $P<0 \to \frac{\frac{1}{2}m+2}{2}<0 \to \frac{1}{2}m+2<0 \to m<-4$~~

~~$\Delta * = m<-4$~~

ب) $\Delta=0 \to m^2-2m-15=0 \to (m+3)(m-5)=0 \to \boxed{m=5, -3}$

بدست آمده از روابط بالا

ج) $\Delta<0 \to m^2-2m-15<0 \to (m+3)(m-5)<0$ $\quad \begin{array}{ccccc} & -3 & & 5 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array}$

$\boxed{-3<m<5}$

د) $\Delta\geq 0 \to (m+3)(m-5)\geq 0 \to \begin{array}{ccccc} & -3 & & 5 & \\ + & 0 & - & 0 & + \end{array} \Rightarrow m\leq -3 \cup m\geq 5$

③

$$y=(m-2)x^2\underbrace{-2(m+1)}_{-(2m+2)}x+10$$

الف) ۲ ریشه منفی ⇐ $\Delta>0$ و $P>0$ و $S<0$

① $\Delta>0 \to (-(2m+2))^2-4(10)(m-2)>0 \quad 4m^2+8m+4-40m+80>0$

$4m^2-32m+84>0 \to m^2-8m+21>0 \quad \Delta=64-84=-20$ ⇐ همواره برقرار

② $P>0 \to \dfrac{10}{m-2}>0 \qquad \begin{array}{c}2\\ -\ |\ +\end{array} \Rightarrow m>2$

③ $S<0 \quad \dfrac{2(m+1)}{(m-2)}<0 \qquad \begin{array}{ccc}-1 & & 2\\ +\ | & - & |\ +\end{array}$

$-1<m<2$

اشتراک $=\varnothing$

به ازای هیچ مقدار m

ب) ⇐ $\Delta>0$ و $P<0$ و اندازه ریشه منفی بزرگتر ⇐ $S<0$

① $\Delta>0$ ⇐ با توجه به روابط بالا همواره برقرار

② $\to S<0 \to \dfrac{2(m+1)}{m-2}<0 \Rightarrow \begin{array}{ccc}-1 & & 2\\ +\ | & - & |\ +\end{array} \to -1<m<2$

③ $P<0 \to \dfrac{10}{m-2}<0 \Rightarrow m-2<0$ و $m<2$

$\cap \to \boxed{-1<m<2}$

④

$$y=(m-2)x^2-2(m+1)x+10$$

الف) چون عرض از مبدأ ۱۰ است، سهمی max دارد زیرا اگر مینیمم داشت فقط از ۳ ناحیه می‌گذشت.

$$\Rightarrow \boxed{m-2<0 \to m<2}$$

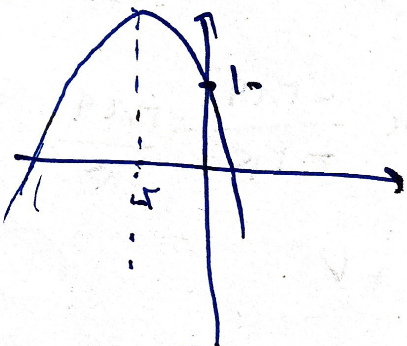
$\Delta>0 \to (2m+2)^2-40(m-2)=4m^2+4+8m-40m+80>0$

$4m^2-32m+84>0 \to m^2-8m+21>0 \quad (\Delta<0)$ ⇐ همواره برقرار

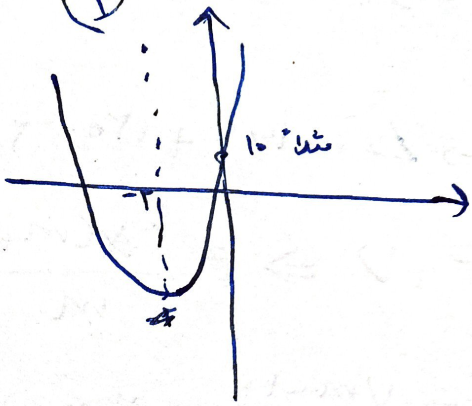
۴

ب)

1



۲



$\Delta > 0 \rightarrow$ همواره برقرار به دلیل روابط قسمت الف

ضریب $x^2 < 0 \rightarrow m-2<0$ $\boxed{m<2}$

$\Delta > 0 \rightarrow$ همواره برقرار

ضریب $x^2 > 0 \rightarrow m-2>0 \rightarrow m>2$

$-b$

$\frac{-b}{2a} = -2 \rightarrow \frac{2m+2}{2m-4} = -2 \rightarrow 2m+2 = -4m+8$

$6m = 6 \Rightarrow m=1$

$\Delta \geq 0 \rightarrow 4\sin^2\alpha - 4\left(\cancel{\frac{3}{4}} \times \cancel{\frac{4}{3}}\right) \geq 0 \quad 4\sin^2\alpha \geq 4$

۵

$\sin^2\alpha \geq 1 \rightarrow \sin^2\alpha = 1 \rightarrow \sin\alpha = \pm 1$

$\left(\frac{2}{3}x^2 - (\pm 2)x + \frac{3}{2}\right) \times 6 \rightarrow 4x^2 - (\pm 12)x + 9 = 0$

$\Delta = 0$

$\Rightarrow x = \frac{-b}{2a} \xrightarrow{\text{ریشه مضاعف}} \frac{+12}{8} = \boxed{\frac{3}{2}}$

جمع ضرایب = ۰ $\quad a+c=b$

۶

$$y=\frac{(۳x^۲-۲x-۱)(۲x^۲-۳x-۵)}{(۱-x)(۱+x)}$$

$$\Rightarrow y=\frac{\cancel{(x-۱)}(۳x+۱)\cancel{(x+۱)}(۲x-۵)}{-۱\cancel{(۱-x)}\cancel{(۱+x)}}\Rightarrow$$

$$y=-(۳x+۱)(۲x-۵)=-(۶x^۲-۱۳x-۵)\Rightarrow -۶x^۲+۱۳x+۵$$

$$max=\frac{-\Delta}{۴a}\to \Delta=۱۶۹+۱۲۰=۲۸۹\to max=\frac{-۲۸۹}{-۲۴}=\frac{۲۸۹}{۲۴}$$

۷

$$۳S=۵P+۷\Rightarrow \frac{۳\times(m+۲)}{m}=\frac{-۱۰}{m}+۷$$

$$\Rightarrow \frac{۳m+۶}{\cancel{m}}=\frac{۷m-۱۰}{\cancel{m}}\qquad ۳m+۶=۷m-۱۰\to ۴m=۱۶\quad \boxed{m=۴}$$

$$\Rightarrow ۴x^۲-۶x-۲=۰\qquad \alpha^۲+\beta^۲=S^۲-۲P=\left(\frac{۳}{۲}\right)^۲-۲\left(\frac{-۱}{۲}\right)$$

$$=\frac{۹}{۴}+۱=\boxed{\frac{۱۳}{۴}}$$

۸

$$\frac{\beta^۵+۴\alpha}{۵\beta^۲}=M\qquad \frac{\alpha^۵+۴\beta}{۵\alpha^۲}=M$$

$$\frac{۵\alpha^۲\beta^۵+۲۰\alpha^۳+۵\alpha^۵\beta^۲+۲۰\beta^۳}{۲۵\alpha^۲\beta^۲}=۲M$$

$$\alpha^۳+\beta^۳=S^۳-۳SP$$

$$\alpha^۳+\beta^۳=۱۲۵-\underbrace{۳\times۵\times۲}_{۳۰}=۹۵$$

$$\alpha^۲\beta^۲=۴$$

$$\frac{\cancel{۲۰}(\overbrace{\alpha^۳+\beta^۳}^{۹۵})+\cancel{۵\alpha^۲\beta^۲}^{۲}(\overbrace{\beta^۳+\alpha^۳}^{۹۵})}{\cancel{۵\alpha^۲\beta^۲}\ \cancel{×۵}\ ۲}=M\Rightarrow ۹۵+\frac{(۲\times۹۵)}{۲}$$

$$=\frac{۳\times۹۵}{۲}=\boxed{۱۴۲٫۵}$$

$ax^2+bx+4=2x+10 \to ax^2+(b-2)x-6=0$ (9)

ریشه‌های معادله بالا ۲ و ۳- هستند.

$x=2$

$\to a(2)^2+(b-2)2-6=0 \to 4a+2b-10=0 \to 2a+b=5$ (1)

$x=-3$

$\to a(-3)^2+(b-2)(-3)-6=0 \to 9a-3b=0 \to 9a=3b$, $\boxed{3a=b}$ (2)

(1) و (2) $\to 2a+(b=3a)=5a=5 \to a=1$ $\quad 3a=b \to \boxed{b=3}$

$y=x^2+3x+4 \qquad \dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-3}{2}=-1{,}5=$ محور تقارن سهمی

(10) معادله تابع را مساوی $y=x$ قرار می‌دهیم، سپس m را طوری تنظیم می‌کنیم که معادله ۱ ریشه مثبت داشته باشد تا در ناحیه اول باشد نه سوم.

$2x^2+(m+1)x+m+6=x \to 2x^2+mx+(m+6) \xrightarrow{\Delta} \Delta=0$

$m^2-\underbrace{4(2)}_{8}(m+6)=m^2-8m-48=0 \qquad (m-12)(m+4)=0$

$m=-4,12$

ریشه مثبت $\Rightarrow S>0 \to \dfrac{-m}{2}>0 \to -m>0 \to m<0 \Rightarrow \boxed{m=-4}$