۱۹٫۷۵

پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ......۱۳...... کلاس .... سارینا جعفری

۱

$y=(a-۱)x^۲+x+۳$ نسبت بخط $x=۲$ متقارن ، محور x ها را با چه طولی قطع؟

$x_S = ۲ \rightarrow \frac{-b}{۲a} = \frac{-۱}{۲a-۲} = ۲$ $\quad ۴a-۴=-۱ \quad ۴a = ۳ \quad a = \frac{۳}{۴}$

$\hookrightarrow \frac{۱}{۴}x^۲+x+۳=y$

$\Delta = ۱+۳=۴$

$x = \frac{-۱\pm\sqrt{۴}}{-\frac{۱}{۲}} \rightarrow x_۱=-۲$ ✗

$x_۲ = ۶$ ✓ x مثبت

۱٫۷۵

۲

حدود $m=?$

$f(x) = mx^۲-۵x+m$

	$x_۱$		$x_۲$	
$-$	|	$+$	|	$-$

$m<۰$ ①

$\Delta>۰$ $\quad ۲۵-۴m^۲>۰$

$۴m^۲<۲۵ \rightarrow m^۲<\frac{۲۵}{۴}$ ②

$-\frac{۵}{۲}<m<\frac{۵}{۲}$

①,② $\rightarrow -\frac{۵}{۲}<m<۰ \rightarrow m\in(-\frac{۵}{۲} , ۰)$

۲

۳

ریشه‌ها: $\frac{۳-\sqrt{۵}}{۳}$, $\frac{۳+\sqrt{۵}}{۲}$

$S = \frac{۳-\sqrt{۵}+۳+\sqrt{۵}}{۳} = \frac{۶}{۳} = ②$

$y = x^۲-۲x+\frac{۴}{۹} \xrightarrow{\times ۹} y=۹x^۲-۱۸x+۴$

$P = \frac{۳+\sqrt{۵}}{۳} \times \frac{۳-\sqrt{۵}}{۳} = \frac{۹-۵}{۹} = \frac{۴}{۹}$

۲

۴

α , β ریشه‌های معادله $۲x^۲-۸x+m+۲=۰$ $\quad \alpha<\beta \quad ۳\alpha^۲+\beta^۲=۱۲ \quad m=?$

$\alpha+\beta=۴ \rightarrow \beta=۴-\alpha$

$۳\alpha^۲+(۴-\alpha)^۲=۱۲$

$۳\alpha^۲+\alpha^۲+۱۶-۸\alpha-۱۲=۰$

$۴\alpha^۲-۸\alpha+۴=۰ \rightarrow \alpha^۲-۸\alpha+۱۶=۰$

$\hookrightarrow (۲\alpha-۲)^۲=۰ \quad ۲\alpha=۲ \quad \alpha=۱ \quad \beta=۳ \quad P=۳$

$\frac{m+۲}{۲}=۳$

$\boxed{m=۴}$

۲

۵

مختصات راس $S(۲,۹)$. محور عرض‌ها در نقطه به عرض ۵ در کدام بازه بالای محور x ها

$y=ax^۲+bx+۵$

$\xrightarrow{(۲,۹)}$ $\frac{-b}{۲a}=۲ \quad ۴a=-b$

$۴a+۲b+۵=۹ \qquad ۲a+\underbrace{b}_{-۴a}=۲$

$-۲a=۲ \rightarrow a=-۱$

$-x^۲+۴x+۵>۰$

	-۱		۵	
$-$	∅	$+$	∅	$-$

$\rightarrow \boxed{(-۱,۵)}$

۲

۶ α و β ریشه‌های $\alpha x^۲ - ۷x + ۹\beta = ۰$ ، β مثبت ، حاصل $\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta}$

$\alpha\beta = \frac{۹\beta}{\alpha} \Rightarrow \alpha^۲ = ۹ \rightarrow \alpha = \pm ۳$

$\xrightarrow{\alpha=۳} ۳x^۲ - ۷x + ۹\beta = ۰ \rightarrow S = \underset{۳}{\underline{\alpha}} + \beta = \frac{۷}{۳} \rightarrow \beta = -\frac{۲}{۳}$ غ ق ق

$\xrightarrow{\alpha=-۳} -۳x^۲ - ۷x + ۹\beta = ۰ \rightarrow \underset{-۳}{\underline{\alpha}} + \beta = \frac{-۷}{۳} \rightarrow \beta = \frac{۲}{۳}$ ✓

$\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{-۳+\frac{۲}{۳}}{\frac{۲}{۳}\times -۳} = \frac{-\frac{۷}{۳}}{۲} = \boxed{+\frac{۷}{۶}}$

۲

---

۷ α و β ریشه‌های $x^۲+mx-۲m=۰$ ، $\alpha^۲ - m\beta = ۸$ ، جمع ریشه‌ها؟

$\beta^۲+m\beta-۲m=۰$

$m\beta = ۲m - \beta^۲$

$\alpha^۲ - ۲m + \beta^۲ = ۸$

$\underbrace{\alpha^۲+\beta^۲}_{S^۲-۲P} - ۲m = ۸$

$S^۲ - ۲P = m^۲ + ۴m$

$m^۲+۲m-۸=۰$

$(m+۴)(m-۲)=۰$

$\boxed{m=-۴ , ۲}$

$\xrightarrow{m=۲} x^۲+۲x-۴=۰ \quad \Delta>۰ \quad \frac{-b}{a} = -۲$

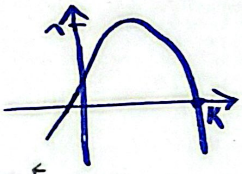
$\xrightarrow{m=-۴} x^۲-۴x+۸ \rightarrow \Delta<۰$ ✗

۲

---

۸ $K = ?$

$f(x) = mx^۲+۴x+\frac{m}{۲}+۷$



$\frac{-\Delta}{۴a} = ۸ \quad \frac{۴ac-b^۲}{۴a} = \frac{۲m^۲+۲۸m-۱۶}{۴m} = ۸$

$۲m^۲+۲۸m-۱۶ = ۳۲m$

$۲m^۲-۴m-۱۶=۰$

$m^۲-۴m-۳۲=۰$

$(m-۸)(m+۴)=۰$

$m = ۴ , -۲$

$\xrightarrow{m=۴} ۴x^۲+۴x+۹ \rightarrow \Delta<۰$ K مثبت

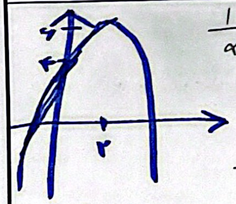
$\xrightarrow{m=-۲} -۲x^۲+۴x+۶ \rightarrow \Delta>۰$ $\textcircled{x=۳}$ $\rightarrow x=-۱$

$x^۲+۴x-۱۲=۰ \quad (x+۶)(x-۲)=۰$

۲

---

۹ مجموع معکوس صفرهای سهمی؟



$\frac{۱}{\alpha}+\frac{۱}{\beta} = ?$

$ax^۲+bx+۴$

$\frac{-b}{۲a} = ۲ \rightarrow ۴a = -b$

$\xrightarrow{(۲,۶)} ۴a+۲b+۴=۶ \quad ۲a+\underset{-۴a}{\underline{b}} = ۱ \rightarrow -۲a = ۱$

$a = -\frac{۱}{۲}$

$b=۲$

$y = -\frac{۱}{۲}x^۲+۲x+۴$

$\frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}} \; \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{۴}{-۸} = \boxed{-\frac{۱}{۲}}$

۲

---

۱۰ یکی از ریشه‌ها ۲ ، ریشه‌ی دیگر؟

$x^۲-(۴a+۴)x+(۳a^۲+۶a+۳)=۰$

$\xrightarrow{x=۲} ۴-۸a-۸+۳a^۲+۶a+۳=۰$

$۳a^۲-۲a-۱=۰$

$(a+b+c=۰) \Rightarrow a=۱ , a=\frac{-۱}{۳}$

$\xrightarrow{a=۱} x^۲-۸x+۱۲=۰ \quad \Delta>۰ \quad (x-۲)(x-۶)=۰ \quad x=۲ , \textcircled{۶}$

$\xrightarrow{a=-\frac{۱}{۳}} x^۲-\frac{۸}{۳}x+\frac{۴}{۳}=۰ \quad \Delta = \frac{۶۴}{۹}-\frac{۱۶}{۳} = \frac{۱۶}{۹} \quad x = \frac{\frac{۸}{۳}\pm\frac{۴}{۳}}{۲} \rightarrow x = \textcircled{\frac{۲}{۳}} , ۲$

۲