ماهور علمی پور — یازدهم سه شنبه

۲۰

۱- اگر یکی از کمی های $y=(a-1)x^2+x+3$ نسبت به خط $x=2$ متقارن باشد این نمودار محور xها را در کدام طول مثبت قطع می کند؟

$$\frac{-b}{2a}=2 \longrightarrow \frac{-1}{2(a-1)}=2 \rightarrow 4a-4=-1 \rightarrow \boxed{a=\frac{3}{4}} \longrightarrow -\frac{1}{4}x^2+x+3=0 \xrightarrow{\times -4}$$

$$x^2-4x-12=0 \rightarrow 6,\ -2$$

طول مثبت $=6$

در تعیین علامت $f(x)=mx^2-5x+m$ جدول زیر حاصل شده حدود m؟

x		x_1		x_2	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

ضریب x^2 $\longrightarrow \boxed{m<0}$ (1)

دو ریشه دارد $\xrightarrow{\Delta>0}$ $25-4m^2>0 \longrightarrow$ $-\frac{5}{2}$, $\frac{5}{2}$: $-\ \ +\ \ -$ (2) $\longrightarrow m=(-\frac{5}{2},0)$

۳- معادله درجه دوم با ضرایب صحیح که ریشه های $\frac{3+\sqrt5}{3}$ و $\frac{3-\sqrt5}{3}$ باشد را بنویسید.

جمع ریشه ها $=\dfrac{3-\cancel{\sqrt5}+3+\cancel{\sqrt5}}{3}=2$

ضرب ریشه ها $=\dfrac{(3-\sqrt5)(3+\sqrt5)}{9} \rightarrow \dfrac{3^2-(\sqrt5)^2}{9} \rightarrow \dfrac{9-5}{9}=\dfrac{4}{9}$

معادله با ضرایب صحیح $\longrightarrow \boxed{9x^2-18x+4}$

۴- اگر α و β ریشه های معادله درجه دوم $2x^2-8x+m+2=0$ باشند طوری که $\alpha<\beta$ و $3\alpha^2+\beta^2=12$ باشد مقدار m؟

$P=\frac{m+2}{2}$, $S=4$

$$2\alpha^2+2\beta^2+\underbrace{\alpha^2-\beta^2}_{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)} \rightarrow 2(16-m-2)+\left(\frac{-4\sqrt\Delta}{|a|}\right) \rightarrow 32-2m-4-2\sqrt{64-8m-16}=12$$

$$\frac{-\cancel{4}}{}\sqrt{64-8m-16} \qquad 48-8m$$

$$28-2m-2\sqrt{48-8m}=12 \rightarrow -2m-2\sqrt{48-8m}=-16 \rightarrow 2m+2\sqrt{48-8m}=16$$

$$m+\sqrt{48-8m}=8 \rightarrow 8-m=\sqrt{48-8m} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \cancel{64}-16m+m^2=\cancel{48}-8m$$

$$\underbrace{16-8m+m^2}_{(m-4)^2}=0 \rightarrow \boxed{m=4}$$

۵- مختصات رأس سهمی $S(2,9)$ است. اگر این سهمی محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۵ قطع کند در کدام بازه این سهمی در بالای محور xها قرار دارد؟

$$a(x-h)^2+k \longrightarrow a(x-2)^2+9 \rightarrow ax^2-4ax+\underbrace{4a+9}_{4a+9=5} \rightarrow a=-1 \rightarrow$$

$$-x^2+4x+5>0 \longrightarrow x^2-4x-5<0 \rightarrow \quad -1,\ 5:\ +\ \ -\ \ + \rightarrow (-1,5)$$

۶- اگر α و β ریشه های معادله $ax^2-7x+9\beta=0$ بوده و β عدد مثبت باشد حاصل $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$؟

$$\alpha+\beta=\frac{7}{a} \qquad \alpha\beta=\frac{9\beta}{a} \quad \beta\neq0 \qquad a=\frac{9}{\alpha} \rightarrow \alpha^2=9 \rightarrow \alpha=\pm3$$

$$3+\beta=\frac{7}{3} \qquad \beta=-\frac{2}{3} \qquad \beta=0 \rightarrow \text{غ ق ق}$$

$$-3+\beta=-\frac{7}{3} \qquad \beta=\frac{2}{3} \longrightarrow \boxed{a=-3},\ \boxed{b=\frac{2}{3}} \rightarrow -\frac{1}{3}+\frac{3}{2} \rightarrow \frac{-2+9}{6} \rightarrow \frac{7}{6}$$

Scanned with CamScanner

۷- α و β ریشه‌های معادله $x^2+mx-2m=0$ هستند اگر $\alpha^2-m\beta=8$ باشند جمع ریشه‌های معادله؟

$\alpha^2=-m\alpha+2m \longrightarrow -m\alpha+2m-m\beta=8$

$-m(\alpha+\beta)+2m=8 \longrightarrow -m(-m)+2m-8=0 \rightarrow m^2+2m-8=0$

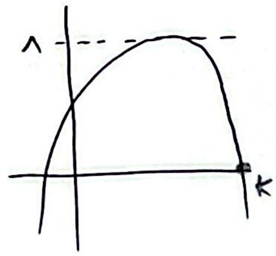
گ $(m+4)(m-2)$

-4 ← به ازای عدد ۴ دلتا منفی ریشه حقیقی ندارد — غ ق ق

$+2$ ← ق ق

$x^2+2x-4=0 \longrightarrow S=-\frac{(+2)}{1}=-2$

۸- نمودار تابع $mx^2+4x+\frac{m}{2}+7$ به صورت مقابل است مقدار k؟



$\frac{-\Delta}{4a}=8 \longrightarrow \frac{-(16-4(\frac{m^2}{2}+7m))}{4m} \rightarrow \frac{-(16-2m^2-28m)}{4m}=+8 \rightarrow$

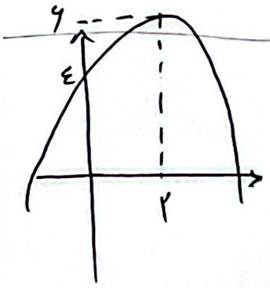
$\frac{2m^2+28m-16}{4m}=8 \longrightarrow \frac{m^2+14m-8}{2m}=8 \longrightarrow m^2+14m-8=16m$

گ

$m^2-2m-8=0 \longrightarrow$
- $4 \rightarrow$ غ ق ق $\longrightarrow$ دارای max نیست
- $-2 \rightarrow$ ق ق $\rightarrow -2x^2+4x+6 \xrightarrow{\div -2} x^2-2x-3 \rightarrow 3 , -1$

که ریشه مثبت $=3$

۹- مجموع معکوس صفرهای تابع؟



$a(x-2)^2+6 \rightarrow y=ax^2-4ax+\underline{4a+6}$

$4a+6=4$

$-\frac{1}{2}(x-2)^2+6=0 \xrightarrow{\times -2}$ $\quad 4a=-2 \rightarrow a=-\frac{1}{2}$

$x^2-4x+4-12 \longrightarrow x^2-4x-8=0 \rightarrow S=4$

$\frac{4}{-8}=-\frac{1}{2} \qquad P=-8$

گ

$\frac{44}{9}-\frac{14}{3}$

۱۰- اگر یکی از ریشه‌های معادله $x^2-(4\alpha+4)x+(3\alpha^2+6\alpha+3)$ ۲ باشد ریشه دیگر؟

$2\times$ ریشه دوم $=3\alpha^2+6\alpha+3 \longrightarrow$ ریشه دوم $=\frac{3\alpha^2+6\alpha+3}{2}$

$2+$ ریشه دوم $=4\alpha+4 \rightarrow$ ریشه دوم $=4\alpha+2$

$3\alpha^2+6\alpha+3=\cancel{8}\alpha+4 \longrightarrow$ گ

$3\alpha^2-2\alpha-1=0 \rightarrow \alpha=1$, $\alpha=-\frac{1}{3}$

$\alpha=1 \longrightarrow x^2-8x+12 \longrightarrow$ ریشه دیگر $=6$

$\alpha=-\frac{1}{3} \rightarrow x^2-\frac{8}{3}x+\frac{1}{3}-2+3 \rightarrow x^2-\frac{8}{3}x+\frac{4}{3} \rightarrow 3x^2-8x+4 \rightarrow$

$x^2-8x+12 \rightarrow (x-6)(x-2) \longrightarrow \frac{4}{3}=2 , \frac{2}{3}$