ماهور عظیمی پور ـ یازدهم سه شنبه

۱ـ اگر یکی از کمان‌های $y=(a-1)x^2+x+3$ نسبت به خط $x=2$ متقارن باشد این سهمی محور xها را در کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

$$\frac{-b}{2a}=2 \longrightarrow \frac{-1}{2(a-1)}=2 \rightarrow 4a-4=-1 \rightarrow \boxed{a=\frac{3}{4}} \longrightarrow -\frac{1}{4}x^2+x+3=0 \xrightarrow{\times -4}$$

$$x^2-4x-12=0 \rightarrow 6,\ -2$$

طول مثبت $= 6$

۲ـ در تعیین علامت $f(x)=mx^2-5x+m$ جدول زیر حاصل شده حدود m؟

x		x_1		x_2	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

ضریب x^2 $\longrightarrow \boxed{m<0}$ (1)

دو ریشه دارد $\xrightarrow{\Delta>0} 25-4m^2>0 \longrightarrow$

		$-\frac{5}{2}$		$\frac{5}{2}$	
	$-$	0	$+$	0	$-$

(2)

$\longrightarrow m=\left(-\frac{5}{2},0\right)$

۳ـ معادله درجه دوم با ضرایب صحیح که ریشه‌های $\frac{3+\sqrt{5}}{3}$ و $\frac{3-\sqrt{5}}{3}$ باشد را بنویسید.

جمع ریشه‌ها $=\frac{3-\cancel{\sqrt{5}}+3+\cancel{\sqrt{5}}}{3}=2$

ضرب ریشه‌ها $=\frac{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}{9} \rightarrow \frac{3^2-(\sqrt{5})^2}{9} \rightarrow \frac{9-5}{9}=\frac{4}{9}$

معادله با ضرایب صحیح $\longrightarrow \boxed{9x^2-18x+4}$

۴ـ اگر α و β ریشه‌های معادله درجه دوم $2x^2-8x+m+2=0$ باشند طوری که $\alpha<\beta$ و $3\alpha^2+\beta^2=12$ باشد مقدار m؟

$P=\frac{m+2}{2} \quad S=4$

$$2\alpha^2+2\beta^2+\underbrace{\alpha^2-\beta^2}_{(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)} \rightarrow 2(16-m-2)+\left(\frac{-\sqrt{\Delta}}{|a|}\right) \longrightarrow 32-2m-4-2\sqrt{\underbrace{64-8m-16}_{48-8m}}=12$$

$$-\cancel{4}\,2\sqrt{64-8m-16}$$

$$28-2m-2\sqrt{48-8m}=12 \rightarrow -2m-2\sqrt{48-8m}=-16 \rightarrow 2m+2\sqrt{48-8m}=16$$

$$m+\sqrt{48-8m}=8 \rightarrow 8-m=\sqrt{48-8m} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \cancel{64}-16m+m^2=\cancel{48}-8m$$

$$\underbrace{16-8m+m^2}_{(m-4)^2}=0 \rightarrow \boxed{m=4}$$

۵ـ مختصات رأس سهمی $S(2,9)$ است. اگر این سهمی محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض 5 قطع کند در کدام بازه این سهمی در بالای محور xها قرار دارد؟

$$a(x-h)^2+k \longrightarrow a(x-2)^2+9 \rightarrow ax^2-4ax+\underbrace{4a+9}_{4a+9=5} \rightarrow a=-1 \rightarrow$$

$$-x^2+4x+5>0 \longrightarrow x^2-4x-5<0 \rightarrow$$

	-1		5	
$+$	0	$-$	0	$+$

$\rightarrow (-1,5)$

۶ـ اگر α و β ریشه‌های معادله $ax^2-7x+9b=0$ بوده و b عدد مثبت باشد حاصل $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$؟

$$\alpha+\beta=\frac{7}{\alpha} \qquad \alpha\beta=\frac{9\beta}{\alpha} \xrightarrow{\beta\neq 0} \alpha=\frac{9}{\alpha} \rightarrow \alpha^2=9 \rightarrow \alpha=\pm 3$$

$$3+\beta=\frac{7}{3} \qquad \beta=0 \longrightarrow \text{غ ق ق}$$

$$\beta=-\frac{2}{3}$$

$$-3+\beta=-\frac{7}{3} \rightarrow \beta=\frac{2}{3} \longrightarrow \boxed{a=-3} \quad \boxed{b=\frac{2}{3}}$$

$$\longrightarrow -\frac{1}{3}+\frac{3}{2} \rightarrow \frac{-2+9}{6} \rightarrow \frac{7}{6}$$

۷_ α و β ریشه‌های معادله $x^2+mx-2m=0$ هستند اگر $\alpha^2-m\beta=8$ باشند جمع ریشه‌های معادله؟

$\alpha^2=-m\alpha+2m \to -m\alpha+2m-m\beta=8$

$-m(\alpha+\beta)+2m=8 \to -m(-m)+2m-8=0 \to m^2+2m-8=0$

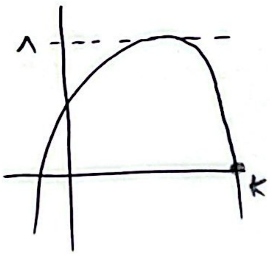
$(m+4)(m-2)$

$-4 \to$ به ازای عدد ۴ Δ که منفی است ریشه حقیقی ندارد — غ ق ق

$+2 \to$ ق ق

$x^2+2x-4=0 \to S=-\frac{(+2)}{1}=-2$

۸_ نمودار تابع $mx^2+4x+\frac{m}{2}+7$ به صورت مقابل است مقدار k؟



$\frac{-\Delta}{4a}=8 \to \frac{-(16-4(\frac{m^2}{2}+7m))}{4m} \to \frac{-(16-2m^2-28m)}{4m}=+8 \to$

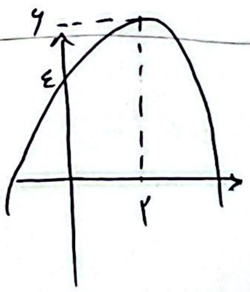
$\frac{2m^2+28m-16}{4m}=8 \to \frac{m^2+14m-8}{2m}=8 \to m^2+14m-8=16m$

$m^2-2m-8=0 \to 4 \to$ غ ق ق $\to$ دارای max

$\to -2 \to$ ق ق $\to -2x^2+4x+6 \xrightarrow{\div -2} x^2-2x-3 \to 3, -1$

$3=$ ریشه مثبت

۹_ مجموع معکوس صفرهای تابع؟



$a(x-2)^2+6 \to y=ax^2-4ax+4a+6$

$4a+6=4$

$4a=-2 \to a=-\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2}(x-2)^2+6=0 \xrightarrow{x-2}$

$x^2-4x+4-12 \to x^2-4x-8=0 \to S=4$

$\frac{4}{-8}=-\frac{1}{2}$, $P=-8$

$\frac{44}{9}-\frac{16}{3}$

۱۰_ اگر یکی از ریشه‌های معادله $x^2-(4\alpha+4)x+(3\alpha^2+6\alpha+3)$ ، ۲ باشد ریشه دیگر؟

$2\times$ ریشه دوم $=3\alpha^2+6\alpha+3 \to$ ریشه دوم $=\frac{3\alpha^2+6\alpha+3}{2}$

$2+$ ریشه دوم $=4\alpha+4 \to$ ریشه دوم $=4\alpha+2$

$3\alpha^2+6\alpha+3=8\alpha+4 \to$

$3\alpha^2-2\alpha-1=0 \to \alpha=1$, $\alpha=-\frac{1}{3}$

$\alpha=1 \to x^2-8x+12 \to$ ریشه دیگر $=6$

$\alpha=-\frac{1}{3} \to x^2-\frac{8}{3}x+\frac{1}{3}-2+3 \to x^2-\frac{8}{3}x+\frac{4}{3} \to 3x^2-8x+4 \to$

$x^2-8x+12 \to (x-6)(x-2) \to \frac{6}{3}=2 , \frac{2}{3}$