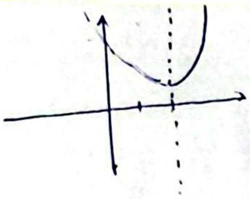
آیناز کریم‌زاده - یازدهم دفتر B - تکلیف ۱۳

۱۷٫۷۵

سوال ۱)



$\rightsquigarrow \text{ext}\,\Big|\, -\frac{b}{2a} = 2 \to \frac{-1}{2a-2} = 2 \to 4a-4=-1$

$4a=3 \to \underline{a=\frac{3}{4}}$

$\to$ معادله سهمی $\Rightarrow -\frac{1}{4}x^2+x+3=y$

$\to -\frac{1}{4}x^2+x+3=0 \to x^2-4x-12=0 \begin{cases} \boxed{x=6} \\ x=-2 \end{cases}$

در طول مثبت ۶

۲

سوال ۲)

x		x_1		x_2	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$f(x)=mx^2-5x+m \to f($بین $x_1, x_2) = \oplus \Rightarrow \boxed{m<0}$

$\frac{m}{m}=1>0 \rightsquigarrow \alpha, \frac{1}{\alpha}$

$\Delta>0 \to -\frac{5}{2}<m<\frac{5}{2} \Rightarrow -\frac{5}{2}<m<0$

۱٫۵

سوال ۳)

$y=ax^2+bx+c$

$\alpha=\frac{3+\sqrt5}{3} \quad \beta=\frac{3-\sqrt5}{3} \to \alpha+\beta=\frac{-b}{a}=2 \to -b=2a \to b=-2a$

$\alpha\beta=\frac{(3+\sqrt5)(3-\sqrt5)}{9}=\frac{9-5}{9}=\frac{4}{9}=\frac{c}{a} \Rightarrow 4a=9c$

$\to y=x^2-2x+\frac{4}{9}$

$\to y=9x^2-18x+4$

۲

سوال ۴)

$2x^2-8x+m+2=0 \to 2\alpha^2-8\alpha+4\alpha+2=0 \to 2(\alpha-1)^2=0 \to \alpha=1 \to 2-8+m+2 \to \boxed{m=4}$ ✓

$\alpha<\beta$

$3\alpha^2+\beta^2=12 \to \alpha^2+\beta^2+2\alpha^2+2=14 \to \underbrace{(\alpha+\beta)^2}_{16}\underbrace{-2\alpha\beta}_{-m-2}+8\alpha-m=14 \to 14-m+8\alpha-m=14$

$4\alpha=m$

۲

سوال ۵)

$y=ax^2+bx+5 \to \text{ext}\,\Big|\, \begin{matrix}3\\9\end{matrix} \quad 3=\frac{-b}{2a} \to -b=6a$

$-\frac{\Delta}{4a}=\frac{4ac-b^2}{4a}=9 \to \frac{-5b-b^2}{-b}=9 \to 9b=5b+b^2 \to b^2-4b=0 \begin{cases} b=0 \;× \\ b=4 \;✓ \end{cases} \to a=-1$

$y=-x^2+4b+5=-(x-5)(x+1) \to (-1,5)$ [illegible]

۲

سوال ۶)

$\alpha x^2-7x+9\beta=0$

$\beta \rightsquigarrow \oplus$

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{\frac{7}{\alpha}}{\frac{9\beta}{\alpha}}$

$\to \alpha\beta=\frac{9\beta}{\alpha} \to \alpha^2=9 \begin{cases} \alpha=3 \\ \alpha=-3 \end{cases}$

$\to \alpha+\beta=\frac{7}{\alpha} \to \underbrace{\alpha^2}_{9}+\alpha\beta=7 \to \underset{-\;+}{\alpha\beta}=-2 \Rightarrow \alpha=-3, \quad \beta=\frac{2}{3}$

$\Rightarrow \frac{-\frac{7}{3}}{-\frac{9}{3}} \to \underline{\underline{\frac{7}{9}}}$ ✓

۲

سوال ۷)

$x^2+mx-2m=0 \xrightarrow[\beta]{} \beta^2+m\beta-2m=0 \to \beta^2-2m=-m\beta$

$\alpha^2-m\beta=8 \to \alpha^2+\beta^2-2m=8 \Rightarrow m^2+2m-8=0 \to (m+4)(m-2) \begin{cases} m=-4 \to x^2-4x+8=0 \quad \Delta<0 \\ m=2 \to x^2+2x-4=0 \quad \Delta>0 \;✓ \end{cases}$

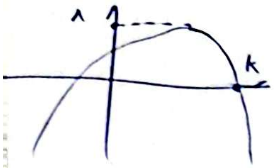
$\alpha+\beta$

$\alpha+\beta=\boxed{-2}$

۲

سوال ۸)

$f(x) = mx^۲ + ۴x + \frac{m}{۲} + ۷ \rightarrow -\frac{\Delta}{۴a} = -\frac{b^۲-۴ac}{۴a} = \frac{-۱۶ + ۴m(\frac{m}{۲}+۷)}{۴m} = ۸$



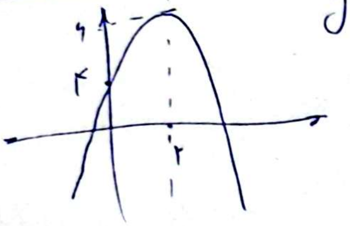
$\rightarrow -۸ + m^۲ + ۱۴m = ۱۶m \rightarrow m^۲ - ۲m - ۸ = ۰ \begin{cases} m = -۲ & a<۰ \checkmark \\ m = ۴ & a>۰ \times \end{cases}$

$f(x) = -۲x^۲ + ۴x + ۶ = -۲(x^۲ - ۲x - ۳)$

$= -۲(x-۳)(x+۱) \rightarrow \boxed{k = ۳}$

۲

سوال ۹)



$y = ax^۲ + bx + ۴ \rightarrow -\frac{۱}{۲}x^۲ + ۲x + ۴ = ۰$

$-\frac{b}{۲a} = ۲ \rightarrow -b = ۴a \xrightarrow[(۲,۶)]{} ۴a - ۸a + ۴ = ۶ \rightarrow -۴a = ۲$

$a = \frac{-۱}{۲} \rightarrow b = ۲$

$\frac{۱}{\alpha} + \frac{۱}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{۴}{-۸} = -\frac{۱}{۲}$

۲

سوال ۱۰)

$x^۲ - (۴a+۴)x + (۳a^۲+۶a+۳) = ۰ \rightarrow ۴ - ۸a - ۸ + ۳a^۲ + ۶a + ۳ = ۰ \rightarrow ۳a^۲ - ۲a - ۱ = ۰$

$\begin{cases} a = ۱ \swarrow \alpha \rightarrow \text{~~۲ در آن صدق~~ نمی‌کند} \\ a = -\frac{۱}{۳} \rightarrow \checkmark \end{cases}$

$\alpha = ۲$

$y = x^۲ - \frac{۸}{۳}x + \frac{۴}{۳}$

✓

$\alpha\beta = \frac{۴}{۳} \quad \alpha = ۲ \rightarrow \boxed{\beta = \frac{۲}{۳}}$

۱,۲۵

$a = ۱ \rightarrow x = \begin{cases} ۲ \\ ۶ \end{cases}$