

① اگر تابع $y = -x^2 + bx + 3$ ماکسیمی برابر ۷ داشته باشد مقدار b را بدست آورید

$$y = \frac{-\Delta}{4a} = 7 \Rightarrow \frac{4ac - b^2}{4a} = 7 \Rightarrow \frac{-12 - b^2}{-4} = 7$$

$$-12 - b^2 = -28 \Rightarrow b^2 = 16 \quad \boxed{b = \pm 4}$$

$$b = 4 \Rightarrow y = -x^2 + 4x + 3$$

$$y = \frac{-12 - 16}{-4} = 7 \quad \checkmark$$

$$b = -4 \Rightarrow y = -x^2 - 4x + 3$$

$$y = \frac{-12 + 16}{-4} = -1 \quad \checkmark$$

② صفای تابع زیر را در صورت وجود بدست آورید

$$f(x) = x^2 + 2x + 3 \quad x^2 = t$$

$$f(x) = t^2 + 2t + 3$$

$$\Delta = 4 - 12 = -8 < 0 \quad \text{ریشه ندارد}$$

$$b) f(x) = (4 - x^2)^2 - 2(4 - x^2) - 15$$

$$4 - x^2 = t \Rightarrow t^2 - 2t - 15 = 0 \quad t = -3$$

$$(t + 3)(t - 5) = 0$$

$$4 - x^2 = -3$$

$$4 + 3 = x^2 \Rightarrow x = \pm \sqrt{7}$$

$$4 - x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = -1 \quad \text{خارج می آید}$$



۳) در حالی که $4u^2 - 14u + m = 0$ اگر یکی از جوابها دو باشد

از جواب دیگر بزرگتر باشد مقدار m و هر دو جواب معادله را بدست آورید

$$4u^2 - 14u + m = 0$$

α و β

$$\alpha \text{ و } \beta = \alpha + 2$$

$$\alpha \text{ و } \alpha + 2$$

$$S = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} = \alpha + \beta \Rightarrow$$

$$2\alpha = 7 \Rightarrow$$

$$\alpha = 1$$

$$\beta = 1 + 2 = 3$$

$$P = \frac{m}{4} = 3 \Rightarrow \boxed{m = 12}$$

$$4u^2 - 14u + 12 = 0$$

$$u^2 - 4u + 3 = 0$$

$$S = 4 \quad P = 3$$

۴) m را چنان بیابید که بین ریشه های معادله $3u^2 - 9u + m - 1 = 0$

رابطه $2\alpha - \beta = 4$ برقرار باشد

$$3u^2 - 9u + m - 1 = 0$$

$$S = \frac{9}{3} = 3$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 3 \\ 2\alpha - \beta = 4 \end{cases}$$

$$3\alpha = 7$$

$$3\alpha = 7$$

$$P = \frac{m-1}{3} = \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = 0$$

$$\boxed{\alpha = 2} \Rightarrow \boxed{\beta = 0}$$

$$m - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{m = 1}$$

$$3u^2 - 9u = 0 \quad u = 0$$

$$3u(u - 3) \Rightarrow u = 3$$

⑤ مقدار m را بیابید که در دستگاه معادله $mu^2 + 5u + m^2 - 2 = 0$ یک جواب مشترک باشد.

معکوس الگوریتم

$$mu^2 + 5u + m^2 - 2 = 0$$

$$P=1 \Rightarrow \frac{m^2-2}{-m} = 1 \Rightarrow m^2-2 = -m$$

$$m^2 + m - 2 = 0 \quad m = -2 \times$$

$$(m+2)(m-1) = 0 \Rightarrow m = 1 \checkmark$$

$$m = -2 \Rightarrow 2u^2 + 5u + 2 = 2u^2 + 5u + 2 = 0$$

$$u^2 + 5u + 1 = 0 \quad \Delta = 25 - 4 = 21 > 0 \quad \times$$

$$P=1 \quad C=a$$

$$m=1 \quad -u^2 + 5u + 1 - 2 = 0$$

$$-u^2 + 5u - 1 = 0 \quad \times (-)$$

$$u^2 - 5u + 1 = 0 \quad \checkmark$$

$$-1 = -1$$

$$C=a$$

$$P=1 \quad \Delta = 25 - 4 = 21 > 0$$

$$u = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2} = \frac{5(1 \pm \sqrt{21})}{2} = 1 \pm \sqrt{21} \quad m=1$$

⑥ اگر α و β ریشه های معادله $mu^2 - 5u + 3 = 0$ باشند و m را بیابید.

$$mu^2 - 5u + 3 = 0$$

$$S=m$$

$$\alpha + \beta = 5 \quad \checkmark$$

$$P=3 \Rightarrow \alpha\beta = 3 \Rightarrow \frac{5}{\alpha}\beta = 3 \Rightarrow \beta = \frac{3}{5}$$

$$\alpha\beta = 3 \Rightarrow \alpha \times \frac{3}{5} = 3 \Rightarrow \alpha = \frac{5}{3} = \frac{34}{14} = \frac{9}{4}$$

$$S=m \Rightarrow \frac{9}{4} + \frac{3}{5} = \frac{45+16}{20} = \frac{61}{20} = m$$

$$m = \frac{61}{20}$$



$$u^2 - \frac{53}{12}u + 3$$

$$12u^2 - 53u + 36$$

$$\Delta = 1849 - 1728 = 121$$

$$\alpha = \frac{53+11}{24} = \frac{64}{24} = \frac{8}{3}$$

$$\alpha = \frac{53-11}{24} = \frac{42}{24} = \frac{7}{4}$$

⑦ m رطوری پیدا کنید که یکی از ریشه های معادله ی $u^2 - 4u + m = 0$ برابر α و $\beta = 3\alpha$

$$u^2 - 4u + m = 0$$

ریشه های دیگر باشد

$$S = 4 \Rightarrow \alpha + \beta = 4 \Rightarrow \alpha + 3\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 1 \text{ و } \beta = 3$$

$$P = m \Rightarrow \alpha \times \beta = 3 \Rightarrow m = 3$$

$$u^2 - 4u + 3 = 0 \Rightarrow (u-3)(u-1) \rightarrow \alpha = 1 \rightarrow u = 3$$

⑧ اگر α ریشه ی معادله ی $u^2 - 2u + 2 = 0$ باشد $\alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3}$ را بیابید

$$P = \alpha \times \beta = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha \times \beta = 2 \Rightarrow \beta = \frac{2}{\alpha}$$

$$\left(\alpha + \frac{2}{\alpha}\right)^3 = S = \left(\frac{-b}{a}\right)^3 = (2)^3 = 8$$

$$\left(\alpha + \frac{2}{\alpha}\right)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2 \times \frac{2}{\alpha} + 3\alpha \times \frac{4}{\alpha^2} + \left(\frac{8}{\alpha}\right)^3$$

$$\left(\alpha + \frac{2}{\alpha}\right)^3 = \alpha^3 + 6\alpha + \frac{12}{\alpha} + \frac{8}{\alpha^3}$$

$$8 = \alpha^3 + \frac{8}{\alpha^3} + 6\left(\alpha + \frac{2}{\alpha}\right) = \alpha^3 + \frac{8}{\alpha^3} + 6 \times 2 = \alpha^3 + \frac{8}{\alpha^3} + 12$$

$$\alpha^3 + \frac{8}{\alpha^3} = -4$$

$$S = 8$$



Senobar

⑨ بازگشتی نوی را به سمت دروازه شوت کند ارتفاع توپ h در زمان t

از رابطه $h(t) = -10t^2 + 50t$ به دست می آید ارتفاع ماکسیمم توپ زمانی که

توپ به زمین برخورد می کند، مابین آن و رسیدن

بهمی به پایی پس را می کشی $t = \frac{-b}{2a} = \frac{-50}{-20} = \frac{5}{2} = 2.5$

ارتفاع ماکسیمم $y = -10 \times (2.5)^2 + 50 \times (2.5) = -62.5 + 125 = 62.5$

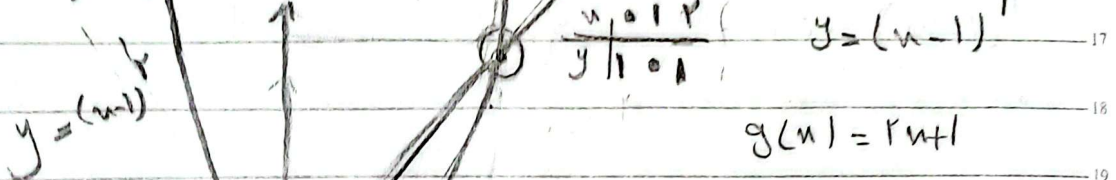
$h(t) = 0 \Rightarrow -10t^2 + 50t = 0 \Rightarrow 10t(-t + 5) = 0$

$t = 0$ نمود خط پرتاب است

خطی که توپ به زمین برخورد می کند $t = 5$

⑩ معادلات زیر را به روش هندسی حل کنید

الف) $(x-1)^2 = 2x+1$



$g(x) = 2x+1$

x	y
0	1
$-\frac{1}{2}$	0

معادله دو جواب دارد نمودارها در دو نقطه

همگر را قطع می کنند پس از جواب ها $x = 0$

$x^2 + 1 - 2x = 2x + 1$

$x^2 - 4x = 0$

$x(x-4) \rightarrow x = 0$
 $x = 4$

Genobar

ب) $x^2 + 2x = |x+2|$

$y = 0 \quad x^2 + 2x = 0$

$x(x+2) = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow x = -2$

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1$

$y = 1 - 2 = -1$

$y = |x+2|$

$y = x^2 + 2x$

$y = |x+2|$

x	-3	-2	-1
y	1	0	1

دو نمودار دو نقطه برخورد دارند
 پس معادله دو جواب دارد که یکی
 از جواب ها $x = -2$ است
 یک جواب دیگر
 $x = -1$ است

