

معادله محور متصف خط از دو نقطه $A(4, -4)$ و $B(1, 1)$

$$m_{AB} = \frac{-4-1}{4-1} = \frac{-5}{3} = -\frac{5}{3} \Rightarrow m_{\text{محور متصف}} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{\text{نقطه}} = \frac{x+1}{5} = 3 = m_m \quad \frac{-4+1}{5} = 1 = y_m$$

$$(3, 1) \rightarrow y-1 = \frac{1}{5}(x-3) \Rightarrow y-1 = \frac{1}{5}x - \frac{3}{5} \Rightarrow y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5} \quad \text{یا } 5y = x+2$$

نقطه $A(4, 1)$ و $B(-3, 5)$ و $C(-1, 3)$ رأس های مثلث ABC هستند. طول ضلع BC چقدر بیشتر از طول ارتفاع AH است؟ ارتفاع واردار BC بر BC

$$BC = \sqrt{(5-3)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$AH \Rightarrow m_{BC} = \frac{5-3}{-3-1} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y-3 = -\frac{1}{2}(x+1) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \Rightarrow 2y = -x+5 \Rightarrow x+2y-5=0$$

$$A \in BC \rightarrow \frac{|3+1(-1)-5|}{\sqrt{1+4}} = \frac{|-1|}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$BC - AH = 2\sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{10-1}{\sqrt{5}} = \frac{9}{\sqrt{5}}$$

دایره های بر دو خط موازی $ky = ax+2$ و $ky-x=5$ به ترتیب M و H به ترتیب پای میانه های ارتفاع واردار بر AB طول آن ها فاصله MH را بیابید.

$$ky = ax+2 \quad ky-x=5 \Rightarrow ky = x+5$$

$$\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Rightarrow \frac{|-2-5|}{\sqrt{1+4}} = \frac{7}{\sqrt{5}}$$

$$\text{مساحت} = \pi r^2 = \pi \times \frac{49}{5} = \frac{49\pi}{5}$$

$A(4, 3)$ و $B(1, 1)$ و $C(-1, -3)$ رأس های یک مثلث ABC هستند. M و H به ترتیب پای میانه های ارتفاع واردار بر AB طول آن ها فاصله MH را بیابید.

$$M = \left(\frac{1+4}{2}, \frac{1+3}{2} \right) = \left(\frac{5}{2}, 2 \right)$$

$$m_{AB} = \frac{3-1}{4-1} = \frac{2}{3} \Rightarrow y-1 = \frac{2}{3}(x-1) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$H \text{ روی } AB \text{ و } CH \perp AB \Rightarrow y_H = \frac{2}{3}x_H + \frac{1}{3} \quad \text{و} \quad -\frac{2}{3}x_H + y_H = -3 \Rightarrow y_H = x_H - 2$$

$$-\frac{2}{3}x_H + x_H - 2 = \frac{2}{3}x_H + \frac{1}{3} \Rightarrow x_H = -1 \Rightarrow y_H = -3$$

$$MH = \sqrt{\left(-1 - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(-3 - 2\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{7}{2}\right)^2 + (-5)^2} = \sqrt{\frac{49}{4} + 25} = \sqrt{\frac{109}{4}} = \frac{\sqrt{109}}{2}$$

برای نام m و n دو خط $(2m-4)x + (n-m)y - 5 = 0$ و $(m+1)x - (2m-4)y + 1 = 0$ به هم عمود هستند.

$$\frac{2m-4}{m-5} \times \frac{m+1}{2m-4} = -1$$

$$\frac{2m-4}{m-5} = -\frac{m+1}{2m-4} \Rightarrow (2m-4)^2 = -(m+1)(m-5) \Rightarrow 4m^2 - 16m + 16 = -m^2 + 4m - 5 \Rightarrow 5m^2 - 20m + 21 = 0$$

می تواند عمود باشند زیرا $\Delta < 0$

معادله ~ ضلع مثلثی به صورت

$$\begin{cases} AB = m + 2y + 3 \\ AC = y = 2m - 1 \\ BC = m + y = 4 \end{cases}$$

نسبت میانگین به ارتفاع AH

$$\begin{cases} (m + 2y - 3 = 0) \times 2 \\ y - 2m + 1 = 0 \end{cases}$$

$\omega y = \omega \Rightarrow y = 1, m = 1 \quad A = 1, 1$

$2m - 1 = 4 - m \Rightarrow m = \frac{5}{3}, y = \frac{1}{3} \quad C(\frac{5}{3}, \frac{1}{3})$

$3 - 2y = 4 - y \Rightarrow y = -1, m = \omega \Rightarrow B(\omega, -1)$

$M(\frac{10}{3}, \frac{1}{3}) \quad AM = \frac{\sqrt{\omega^2 + 1}}{3} \quad AH = \sqrt{2}$

$\frac{AM}{AH} = \frac{\omega}{3}$

خطی با شیب $m = -\frac{1}{2}$ محورهای مختصات دارد دو نقطه A و B قطع می‌کند. اگر فاصله مبدأ تا این خط $\sqrt{20}$ باشد فاصله نقاط A و B از یکدیگر چقدر؟

$\alpha = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow \frac{|0 + 0 - b|}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}}} = \sqrt{20} \quad \frac{x|b|}{\sqrt{a}} = x\sqrt{a} \Rightarrow |b| = a$

$(0, y_A) (x_B, 0)$

$\begin{cases} y_A = b \\ x_B = -b \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2} x_B = -b \Rightarrow x_B = 2b$

$AB = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{100 + 2a} = \omega\sqrt{a}$

مساحت مثلثی به این خطوط $my - 4m = 2m$ و $ym - 4m = m + 2$ و محورهای مختصات برابر $\frac{\omega}{2}$ واحد است. در این صورت حاصل ضرب مقادیر ممکن برای m چقدر است؟

$y = \frac{4}{m}m + 2 \quad y = (1-m)m + 2 \quad \begin{cases} \text{نقطه } A(0, 2) \\ \text{نقطه } B(2, 0) \end{cases} \quad S = \frac{2 \times 2 \times \frac{1}{2}}{2} = \frac{2}{2} \Rightarrow \frac{a}{r} = \frac{a}{r}$

$BC = \sqrt{\frac{r^2}{m-1} + \frac{m^2}{r^2}}$

$\begin{cases} y = 0 \\ y = (1-m)m + 2 \end{cases} \Rightarrow m = \frac{2}{m-1}, y = 0 \Rightarrow B(\frac{2}{m-1}, 0) \quad \frac{m^2 - m + 4}{2(m-1)} = \frac{2}{r} \Rightarrow m^2 - m + 4 = \frac{4}{r} \Rightarrow m^2 - m + 4 = \frac{4}{r}$

$m^2 - 4m + 9 = 0 \Rightarrow (m-3)^2 = 0 \quad m = 3$

$\begin{cases} y = 0 \\ y = \frac{4}{m}m + 2 \end{cases} \Rightarrow m = -\frac{m}{r}, y = 0 \Rightarrow C(-\frac{m}{r}, 0) \quad \frac{m^2 + m + 4}{r(m-1)} = \frac{2}{r} \Rightarrow m^2 + m + 4 = 2(m-1) \Rightarrow m^2 - m + 6 = 0$

$m^2 - 4m - 10 \Rightarrow m = -1 \quad -1 \times 3 = -3$

معادله قرینه خط $y = 2m - 3$ نسبت به نقطه $M(2, 2)$ باشد.

$y_3 = 2m + b \quad \begin{cases} 2 + b = -3 \\ b = -5 \end{cases} \quad y_3 = 2m - 5$

$\frac{b-3}{r} = -5 \Rightarrow b = -9 \quad y = 2m - 9$

مختصات قرینه نقطه $A(1, 2)$ نسبت به خط $y = x + \omega$ است. $A'(a, b)$ است. ω و a, b را بیاب.

$\begin{cases} y = a + \omega \\ y = -a + 2 \end{cases} \Rightarrow a + \omega = -a + 2 \quad \begin{matrix} a = -1 \\ \omega = 3 \end{matrix}$

$\frac{a+1}{r} = -1 \Rightarrow a = -3$

$\frac{b+2}{r} = 3 \Rightarrow b = 4$

$2b - a = 12 - (-3) = 15$