

۱. معادله ی محور منصف خط گذرنده از دو نقطه ی $A(4, 6)$ و $B(2, 1)$ را بیابید

$$m_{AB} = \frac{1+6}{2-4} = -\frac{7}{2}$$

$$m_{\text{محور منصف}} = +\frac{1}{7}$$

$$x_H = \frac{2+4}{2} = 3, \quad y_H = \frac{1+6}{2} = \frac{7}{2}$$

$A(4, 6)$ H $B(2, 1)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - \frac{7}{2} = +\frac{1}{7}(x - 3)$$

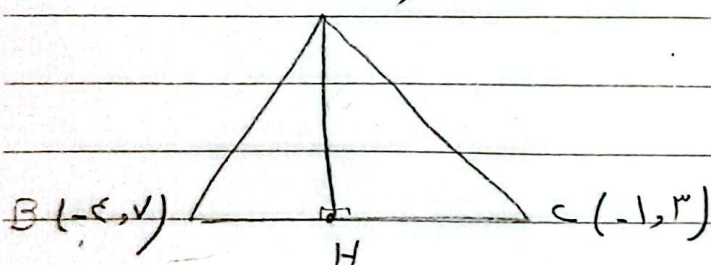
$$y = \frac{1}{7}x - \frac{3}{7} + \frac{7}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{7}x + \frac{-3+49}{14} = \frac{1}{7}x + \frac{46}{14}$$

۲. سه نقطه ی $A(3, 1)$ و $B(-4, 7)$ و $C(-1, 3)$ را در یک صفحه ی مختصات

مثلث ABC هستند. طول ضلع BC و ارتفاع AH از طول ارتفاع AH

است؟ (ارتفاع AH و در برضلع BC است)

$A(3, 1)$



$$BC = \sqrt{(-4+1)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

$$BC = \sqrt{(-4+1)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

$$BC \text{ ضلع} \rightarrow m = \frac{7-3}{-4+1} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$$

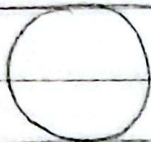
$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 3 = -\frac{4}{3}(x + 1)$$

$$y = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3} + 3 = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$$

$$y + \frac{4}{3}x - \frac{5}{3} = 0 \Rightarrow d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|\frac{4}{3} \times 3 + 1 - \frac{5}{3}|}{\sqrt{(\frac{4}{3})^2 + 1}} = \frac{|\frac{4}{3} + 1 - \frac{5}{3}|}{\sqrt{\frac{16}{9} + 1}} = \frac{|\frac{4+3-5}{3}|}{\sqrt{\frac{25}{9}}} = \frac{|\frac{2}{3}|}{\frac{5}{3}} = \frac{2}{5}$$

دایره‌ای بر خط موازی $4y - x = 7$ و $y = ax + 2$ مماس می‌باشد.

مسئله این دایره $y = \frac{x}{4} + \frac{7}{4} \Rightarrow m = \frac{1}{4}$



$y = \frac{a}{4}x + \frac{1}{4} \Rightarrow m = \frac{a}{4}$

$\frac{a}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{a = 1}$

خط موازی شیب مساوی دارد

$4y = x + 2$

$4y - x - 2 = 0$

$4y - x = 7 \xrightarrow{\times 4} 4y - x = 28 \Rightarrow 4y - x - 28 = 0$

فاصله موازی $= \frac{|-28 + 2|}{\sqrt{(-1)^2 + (4)^2}} = \frac{26}{\sqrt{17}} = \frac{26}{\sqrt{17}} = \frac{9}{\sqrt{5}}$

$\text{شعاع} = \frac{3}{\sqrt{5}} \Rightarrow S = \pi r^2 = \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2 \pi = \frac{9}{5} \pi$

۴- فرض کنید $A(2,3)$ و $B(4,1)$ و $C(-1,-3)$ سه رأس یک مثل و M و H به ترتیب

نقطه میانه و پای ارتفاع دایره برضلع AB باشد. طول پاره خط MH

$M = \left(\frac{2+4}{2}, \frac{3+1}{2}\right) = (3, 2)$

طول پاره خط $CM = \sqrt{(3-(-1))^2 + (2-(-3))^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$

میدان $AB = \frac{3-1}{4-2} = \frac{2}{2} = 1$

$y-1 = -1(x-2) \Rightarrow y-1-x+2=0 \Rightarrow y-x+1=0$

فاصله نقطه C از خط $AB = \frac{|-1-3-1-1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{6}{\sqrt{2}}$

فاصله از C $CM^2 = CH^2 + HM^2 = (\sqrt{41})^2 = \left(\frac{6}{\sqrt{2}}\right)^2 + HM^2 \Rightarrow$

$41 = \frac{36}{2} + HM^2 \Rightarrow HM = \sqrt{\frac{46}{2}} = \sqrt{23}$

Senobar

$$(m+1)u - (2m-5)y + 1 = 0 \quad (2m-2)u + (5-m)y - 7 = 0 \quad \text{خط } m \text{ برای } u \text{ و } y \text{ قرار دهیم}$$

$$(5-m)y = -(2m-2)u + 7$$

برای u و y قرار دهیم

$$y = -\frac{(2m-2)}{5-m}u + \frac{7}{5-m}$$

$$(2m-5)y = (m+1)u + 1$$

$$y = \frac{m+1}{2m-5} + \frac{1}{2m-5}$$

$$\left(\frac{-(2m-2)}{5-m} \right) \times \left(\frac{m+1}{2m-5} \right) = -1$$

$$-2m^2 - 2m + 2m + 2 = -1$$

$$1 \cdot m - 2 \cdot 0 - 2m^2 + 5m$$

$$-2m^2 - m + 2 = +2m^2 - 5m + 2$$

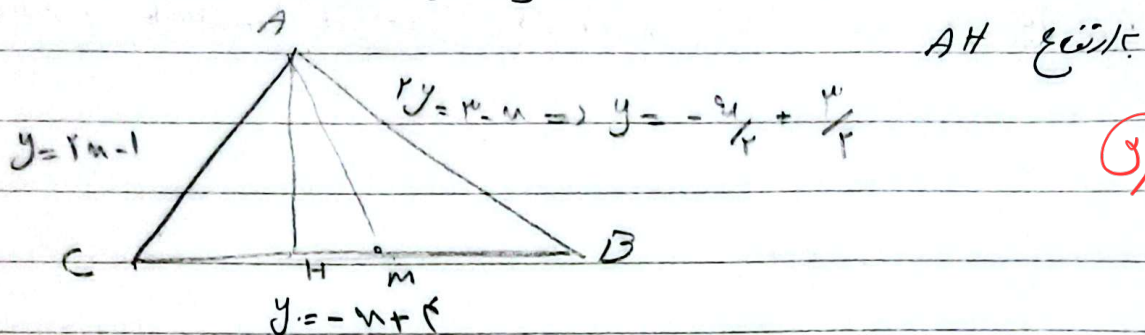
$$-5m^2 - m + 5m + 2 - 2 = 0$$

$$-5m^2 + 4m - 1 = 0$$

$$5m^2 - 4m + 1 = 0 \quad \Delta < 0 \quad \text{پس } m \text{ وجود ندارد}$$



۱- معادله‌ی مستقیم مماس بر دایره $\Rightarrow$ $\begin{cases} AB: x+2y=3 \\ AC: y=2x-1 \\ BC: x+y=2 \end{cases}$ است نسبت میان AM



۲- معادله $y = 2x - 1 = -x + 2 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$ $y = -1 + 2 = 1$ $C(1, 1)$

۳- معادله $y = 2x - 1 = -x/2 + 3/2 \Rightarrow 2x + x/2 = 3/2 + 1 \Rightarrow \frac{5x}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow x = 1$ $y = 2(1) - 1 = 1$ $A(1, 1)$

۴- معادله $-x/2 + 3/2 = -x + 2 \Rightarrow -x/2 + x = 2 - 3/2 \Rightarrow \frac{x}{2} = 1/2 \Rightarrow x = 1$ $y = -1 + 2 = 1$ $A(1, 1)$

۵- معادله $-x/2 + 3/2 = -x + 2 \Rightarrow -x/2 + x = 2 - 3/2 \Rightarrow \frac{x}{2} = 1/2 \Rightarrow x = 1$ $y = -1 + 2 = 1$ $A(1, 1)$

۶- معادله $\frac{-x+2}{2} = \frac{1-3}{2} = \frac{x}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow x = 5$ $y = -5 + 2 = -3$ $B(5, -3)$

۷- معادله $\frac{-x+2}{2} = \frac{1-3}{2} = \frac{x}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow x = 5$ $y = -5 + 2 = -3$ $B(5, -3)$

۸- معادله $(\frac{5+5/2}{2}, \frac{-1+3/2}{2}) = (\frac{15}{4}, \frac{1}{4})$

۹- طول $AM = \sqrt{(1 - \frac{15}{4})^2 + (1 - \frac{1}{4})^2} = \sqrt{(\frac{-11}{4})^2 + (\frac{3}{4})^2}$

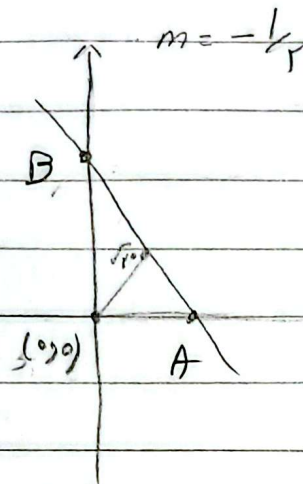
۱۰- $= \sqrt{\frac{121}{16} + \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{130}{16}} = \frac{\sqrt{130}}{4}$

۱۱- طول $AH = \frac{|1+1-2|}{\sqrt{1+1}} = \frac{0}{\sqrt{2}} = 0$

۱۲- $\frac{AM}{AH} = \frac{\frac{\sqrt{130}}{4}}{\frac{0}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{130}}{0} = \frac{130}{0} = \frac{130}{0}$

۱. خطی با شیب $m = \frac{1}{r}$ مموعای منقضی است از روی نقطه A و B

۲. خطی که اگر فاصله مبدا تا این خط $\sqrt{r}$ باشد فاصله نقاط A و B از یکدیگر



$$AB \text{ در } y = -\frac{1}{r}x + b$$

$$y + \frac{1}{r}x - b = 0$$

$$|10 + 0 - b| = \sqrt{r}$$

$$b = 5 \quad \textcircled{1}$$

$$|b| = \sqrt{r} \times \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{r^2}}}{\frac{1}{r}} = \frac{1}{r} = 5 \Rightarrow |b| = 5$$

$$b = -5 \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \quad y = -\frac{1}{r}x + 5 \rightarrow A(10, 0) \rightarrow B(0, 5)$$

$$AB = \sqrt{100 + 25} = 5\sqrt{5}$$

$$\textcircled{2} \quad y = -\frac{1}{r}x - 5 \rightarrow A(-10, 0) \rightarrow B(0, -5)$$

$$AB = \sqrt{100 + 25} = 5\sqrt{5}$$

$$AB = 5\sqrt{5}$$



1. مساحت مثلثی که بین خطوط $g+mn = n+r$ و $my - \epsilon n = r$

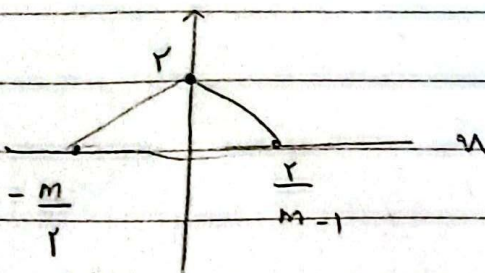
و محور n ما محصور است برابر $\frac{\Delta}{r}$ واحداثی در این صورت ϵ صاف و متغیر است

برای m

$$my = \epsilon n + r \rightarrow y = \frac{\epsilon}{m} n + \frac{r}{m} \Rightarrow \begin{matrix} n=0 & y=r \\ y=0 & n=-\frac{r}{\epsilon} \end{matrix} \quad (5)$$

$$y = -mn + r + r \rightarrow y = (1-m)n + r \rightarrow \begin{matrix} n=0 & y=r \\ y=0 & n=\frac{r}{1-m} \end{matrix}$$

$$y=0, n=\frac{r}{1-m} = \frac{r}{m-1}$$



$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times \left| \frac{r}{m-1} - \left(-\frac{r}{\epsilon}\right) \right| = \frac{\Delta}{r}$$

$$\left| \frac{r}{m-1} + \frac{r}{\epsilon} \right| = \frac{\Delta}{r} \rightarrow \left| \frac{r + m^2 - m}{r(m-1)} \right| = \frac{\Delta}{r}$$

$$\frac{r + m^2 - m}{r(m-1)} = \frac{\Delta}{r} \Rightarrow m^2 - m + \epsilon = \Delta m - \Delta$$

$$m^2 - \epsilon m + \Delta = 0 \quad (m-r)^2 = 0$$

$$m = r$$

$$m < 1 \quad \frac{\epsilon + m^2 - m}{r(m-1)} = -\frac{\Delta}{r} \Rightarrow m^2 - m + \epsilon = -\Delta m + \Delta$$

$$m^2 + \epsilon(m-1) = 0 \rightarrow \frac{\epsilon}{\Delta} = -1$$

$$m = -r \pm \sqrt{\Delta} \Rightarrow -1 \pm 1 \times r = -r$$



Senobar

۹- معادله قریب خط $y = 2x - 3$ نسبت به نقطه $M(2, -2)$

$$y = 2x - 3$$

دو نقطه دگواہ روی خط $A(0, 3)$ و $B(\frac{3}{2}, 0)$

قریب A نسبت به M $A'(x_1, y_1) \rightarrow$

$B'(x_2, y_2)$ M " " B "

A و A' و M و B

$$(x_2, y_2) = \left(\frac{0+x_1}{2}, \frac{-3+y_1}{2} \right)$$

$$x_1 = 4 \quad y_1 = -1 \quad A'(4, -1)$$

$$(x_2, y_2) = \left(\frac{\frac{3}{2}+x_1}{2}, \frac{0+y_1}{2} \right)$$

$$\rightarrow x_2 = \frac{5}{2} \quad y_2 = -\frac{1}{2} \quad B'(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2})$$

معادله خط نزدیک به نقطه

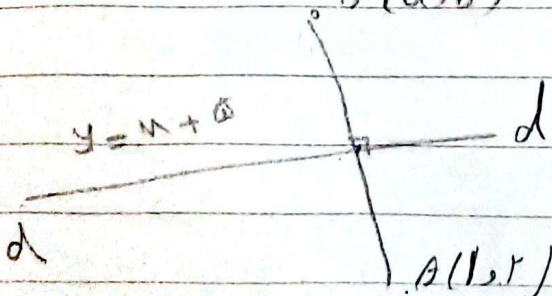
A' و B'

$$y - (-1) = \left(\frac{-\frac{1}{2} - (-1)}{\frac{5}{2} - 4} \right) (x - 4)$$

$$y + 1 = 2(x - 4) \Rightarrow y = 2x - 9$$

۱۰- معادلات قریب خط $A(1, 2)$ نسبت به خط $y = x + 5$ به صورت

$A'(a, b)$ از مقدار $2b - a$



۱- قریب معکوس خط $m_{AA'} = d$



$$AA' \text{ bisect } MN = y - 2 = -1(x - 1)$$

$$y = -x + 3$$

5

$$AA' \text{ bisect } MN \Rightarrow \begin{cases} y = x + a \\ y = -x + 3 \end{cases} \Rightarrow 2y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow x = -1 \quad M(-1, \frac{1}{2})$$

$$\begin{cases} \frac{x_A + x_{A'}}{2} = -1 \Rightarrow \frac{1 + a}{2} = -1 \Rightarrow a = -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{y_A + y_{A'}}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2 + b}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -1 \end{cases}$$

$$2b - a = 1 - (-3) = 4$$

