

۱. معادله ی محور منصف خط گذرنده از دو نقطه ی $A(4, 6)$ و $B(2, 1)$ را بیابید

$$m_{AB} = \frac{1-6}{2-4} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$$

$$m_{\text{محور منصف}} = + \frac{1}{5/2} = \frac{2}{5}$$

$$x_H = \frac{2+4}{2} = 3, \quad y_H = \frac{1+6}{2} = \frac{7}{2}$$

$A(4, 6)$ H $B(2, 1)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - \frac{7}{2} = \frac{2}{5}(x - 3)$$

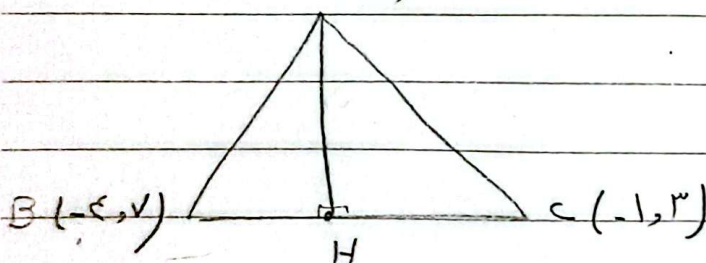
$$y = \frac{2}{5}x - \frac{6}{5} + \frac{7}{2} \Rightarrow y = \frac{2}{5}x + \frac{-12+35}{10} = \frac{2}{5}x + \frac{11}{5}$$

۲. سه نقطه ی $A(3, 1)$ و $B(-4, 7)$ و $C(-1, 3)$ را در یک صفحه ی مختصات

مثلث ABC هستند. طول ضلع BC و ارتفاع AH از طول ارتفاع AH

است؟ () ارتفاع AH و در برضلع BC است

$A(3, 1)$



$$BC = 5, \quad \text{طول ارتفاع} = 3$$

$$BC = \sqrt{(-4+1)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

$$BC \text{ ضلع} \rightarrow m = \frac{7-3}{-4+1} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 3 = -\frac{4}{3}(x + 1)$$

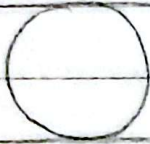
$$y = -\frac{4}{3}x - \frac{4}{3} + 3 = -\frac{4}{3}x + \frac{-4+9}{3} = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$$

$$y + \frac{4}{3}x - \frac{5}{3} = 0 \Rightarrow d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|\frac{4}{3} \times 3 + 1 - \frac{5}{3}|}{\sqrt{(\frac{4}{3})^2 + 1}}$$

$$= \frac{|4 - \frac{5}{3}|}{\sqrt{\frac{16}{9} + 1}} = \frac{|\frac{12-5}{3}|}{\sqrt{\frac{25}{9}}} = \frac{|\frac{7}{3}|}{\frac{5}{3}} = \frac{7}{5}$$

دایره‌ای بر دو خط موازی $4y = 2x + 2$ و $2y - x = 7$ مماس می‌باشد.

مسئله این دایره $y = \frac{x}{4} + \frac{7}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{4}$



$y = \frac{a}{4}x + \frac{1}{4} \Rightarrow m = \frac{a}{4}$

$\frac{a}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{a = 1}$

دو خط موازی شیب مساوی دارند

$4y = 2x + 2$

$4y - 2x - 2 = 0$

$2y - x = 7 \xrightarrow{\times 2} 4y - 2x = 14 \Rightarrow 4y - 2x - 14 = 0$

فاصله موازی $= \frac{|-14 + 2|}{\sqrt{(-2)^2 + (4)^2}} = \frac{12}{\sqrt{20}} = \frac{12}{2\sqrt{5}} = \frac{6}{\sqrt{5}}$

$\text{شعاع} = \frac{3}{\sqrt{5}} \Rightarrow S = \pi r^2 = \left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2 \pi = \frac{9}{5} \pi$

۴- فرض کنید $A(2,3)$ و $B(4,1)$ و $C(-1,-3)$ سه رأس یک مثلث و M و H به ترتیب

نقطه میانه و پای ارتفاع دایره برضلع AB باشد. طول پاره خط MH

$M = \left(\frac{2+4}{2}, \frac{3+1}{2}\right) = (3, 2)$

طول پاره خط $CM = \sqrt{(3-(-1))^2 + (2-(-3))^2} = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$

معادله AB $\Rightarrow m_{AB} = \frac{3-1}{2-4} = \frac{2}{-2} = -1$

$y - 1 = -1(x - 4) \Rightarrow y - 1 = -x + 4 \Rightarrow x + y - 5 = 0$

فاصله نقطه C از خط AB $= \frac{|-1 - 3 - 5|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{9}{\sqrt{2}}$

فاصله $CM^2 = CH^2 + HM^2 = \left(\frac{9}{\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{9}{\sqrt{2}}\right)^2 + HM^2 \Rightarrow$

$41 = \frac{81}{2} + HM^2 \Rightarrow HM = \sqrt{\frac{81}{2} - 41} = \sqrt{\frac{81 - 82}{2}} = \sqrt{\frac{-1}{2}}$

Senobar

5- برای کلام مقدار m دو خط $(m+1)u - (2m-5)y + 1 = 0$ و $(2m-2)u + (5-m)y - v = 0$

$$(5-m)y = -(2m-2)u + v$$

برهم عبور می کنند

$$y = -\frac{(2m-2)}{5-m}u + \frac{v}{5-m}$$

$$(2m-5)y = (m+1)u + 1$$

$$y = \frac{m+1}{2m-5} + \frac{1}{2m-5}$$

$$\left(\frac{-(2m^2+2)}{(5-m)} \right) \times \left(\frac{m+1}{2m-5} \right) = -1$$

$$-2m^2 - 2m + 2m + 2 = -1$$

$$1 \cdot m - 2 \cdot 0 - 2m^2 + 5m$$

$$-2m^2 - m + 2 = +2m^2 - 5m + 2$$

$$-5m^2 - m + 5m + 2 - 2 = 0$$

$$-5m^2 + 4m - 1 = 0$$

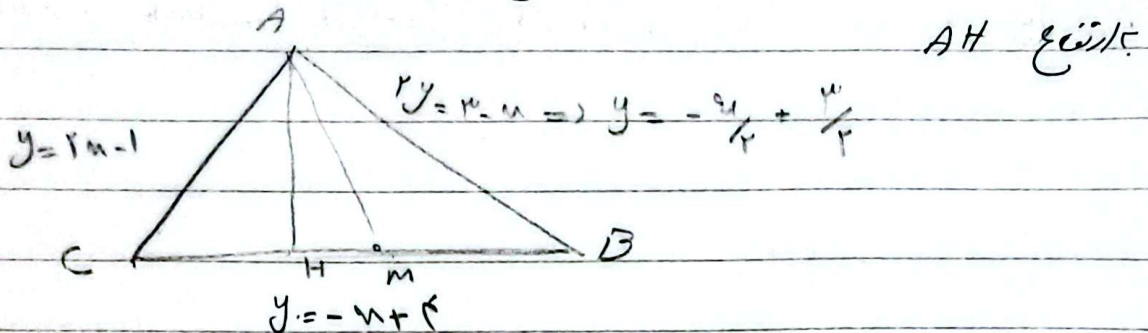
$$5m^2 - 4m + 1 = 0$$

$$\Delta < 0$$

پس m صحیح ندارد



۱- معادله‌ی مستقیم مماس بر دایره $\Rightarrow$ $\begin{cases} AB: x+2y=3 \\ AC: y=2x-1 \\ BC: x+y=2 \end{cases}$ است نسبت میان AM



۲- معادله $y = 2x - 1 = -x + 2 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$ $y = -1 + 2 = 1$ $C(1, 1)$

۳- معادله $y = 2x - 1 = -x/2 + 3/2 \Rightarrow 2x + x/2 = 3/2 + 1 \Rightarrow \frac{5x}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow x = 1$ $y = 2(1) - 1 = 1$ $A(1, 1)$

۴- معادله $y = 2x - 1 = -x + 2 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$ $y = -1 + 2 = 1$ $A(1, 1)$

۵- معادله $-x/2 + 3/2 = -x + 2 \Rightarrow -x/2 + x = 2 - 3/2 \Rightarrow \frac{x}{2} = 1/2 \Rightarrow x = 1$

۶- معادله $\frac{-x + 2x}{2} = \frac{1 - 3}{2} = \frac{x}{2} = \frac{-2}{2} \Rightarrow x = -2$ $y = -(-2) + 2 = 4$ $B(-2, 4)$

۷- معادله $\frac{-x + 2x}{2} = \frac{1 - 3}{2} = \frac{x}{2} = \frac{-2}{2} \Rightarrow x = -2$ $y = -(-2) + 2 = 4$ $B(-2, 4)$

۸- معادله $\left(\frac{-2 + 4}{2}, \frac{-1 + 2}{2} \right) = \left(1, \frac{1}{2} \right)$

۹- معادله $AM = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(1 - \frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2}$

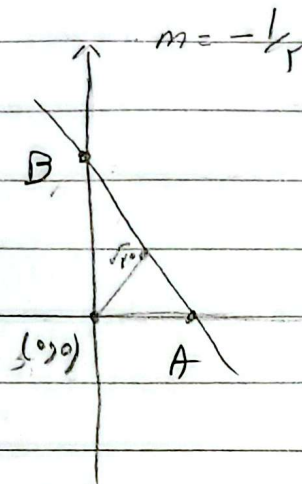
۱۰- معادله $= \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

۱۱- معادله $AM = \frac{\sqrt{5}}{3}$ $AH = \frac{|1 + 1 - 2|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{0}{\sqrt{5}} = 0$

۱۲- معادله $\frac{AM}{AH} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{0}{\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \cdot \frac{\sqrt{5}}{0} = \frac{5}{0}$

۱. خطی با شیب $m = \frac{1}{2}$ مموعای منقضی است از دو نقطه A و B

۲. نظر کنید اگر فاصله مبدا تا این خط $\sqrt{20}$ باشد فاصله نقاط A و B از یکدیگر



$$AB \text{ در } y = -\frac{1}{2}x + b$$

$$y + \frac{1}{2}x - b = 0$$

$$|10 + 0 - b| = \sqrt{20}$$

$$b = 5$$

$$|b| = \sqrt{20} \times \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{4}}}{\frac{1}{2}} = \frac{10}{2} = 5 \Rightarrow |b| = 5$$

$$b = -5$$

$$\textcircled{1} \quad y = -\frac{1}{2}x + 5 \rightarrow A(10, 0) \\ \rightarrow B(0, 5)$$

$$AB = \sqrt{100 + 25} = 5\sqrt{5}$$

$$\textcircled{2} \quad y = -\frac{1}{2}x - 5 \rightarrow A(-10, 0) \\ B(0, -5)$$

$$AB = \sqrt{100 + 25} = 5\sqrt{5}$$

$$AB = 5\sqrt{5}$$



1. مساحت مثلثی که بین خطوط $g+mn = n+r$ و $my - \epsilon n = r$

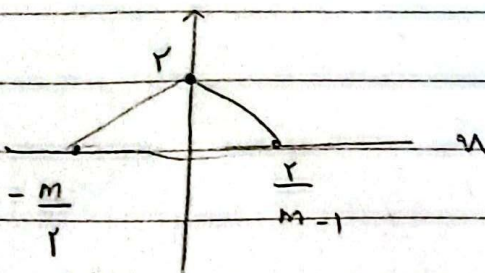
و محور n ما محصور است برابر $\frac{\Delta}{r}$ واحداثی در این صورت ϵ صاف و متغیر است

برای m

$$my = \epsilon n + r \rightarrow y = \frac{\epsilon}{m} n + \frac{r}{m} \Rightarrow \begin{matrix} n=0 & y=r \\ y=0 & n=-\frac{r}{\epsilon} \end{matrix}$$

$$y = -mn + r + \epsilon \rightarrow y = (1-m)n + r \rightarrow \begin{matrix} n=0 & y=r \\ y=0 & n=\frac{r}{1-m} \end{matrix}$$

$$y=0, n=\frac{r}{1-m} = \frac{r}{m-1}$$



$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times \left| \frac{r}{m-1} - \left(-\frac{r}{\epsilon}\right) \right| = \frac{\Delta}{r}$$

$$\left| \frac{r}{m-1} + \frac{r}{\epsilon} \right| = \frac{\Delta}{r} \rightarrow \left| \frac{r + m^2 - m}{r(m-1)} \right| = \frac{\Delta}{r}$$

$$\frac{r + m^2 - m}{r(m-1)} = \frac{\Delta}{r} \Rightarrow m^2 - m + \epsilon = \Delta m - \Delta$$

$$m^2 - \epsilon m + \Delta = 0 \quad (m-r)^2 = 0$$

$$m = r$$

$$m < 1 \quad \frac{\epsilon + m^2 - m}{r(m-1)} = -\frac{\Delta}{r} \Rightarrow m^2 - m + \epsilon = -\Delta m + \Delta$$

$$m^2 + \epsilon(m-1) = 0 \rightarrow \frac{\epsilon}{\Delta} = -1$$

$$m = -r \pm \sqrt{\Delta} \Rightarrow -1 \pm 1 \times r = -r$$



Senobar

۹- معادله قریب خط $y = 2x - 3$ نسبت به نقطه $M(2, -2)$

$$y = 2x - 3$$

در نقطه $A(0, 3)$ و $B(\frac{3}{2}, 0)$ روی خط

قریب A نسبت به M $A'(x_1, y_1)$

$B'(x_2, y_2)$ M " " B "

A و A' و M

$$(x_1, y_1) = \left(\frac{0 + x_1}{2}, \frac{-3 + y_1}{2} \right)$$

$$x_1 = 4 \quad y_1 = -1 \quad A'(4, -1)$$

$$(x_2, y_2) = \left(\frac{\frac{3}{2} + x_2}{2}, \frac{0 + y_2}{2} \right)$$

$$\rightarrow x_2 = \frac{3}{2} \quad y_2 = -5 \quad B'\left(\frac{3}{2}, -5\right)$$

معادله خط نزدیک به نقطه

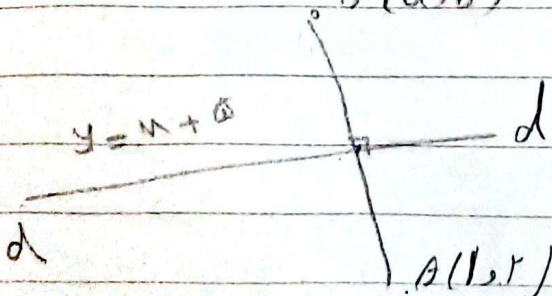
A' و B'

$$y - (-1) = \left(\frac{-5 - (-1)}{\frac{3}{2} - 4} \right) (x - 4)$$

$$y + 1 = 2(x - 4) \Rightarrow y = 2x - 9$$

۱۰- معادلات قریب خط $A(1, 2)$ نسبت به خط $y = x + 5$ به صورت

$A'(a, b)$ از مقدار $2b - a$



۱- قریب معکوس خط $m_{AA'} = d$



$$AA' \text{ bisect } MN = y - r = -1(n - 1)$$

$$y = -n + r$$

$$\begin{cases} y = n + a \\ y = -n + r \end{cases} \Rightarrow ry = 1 \quad y = c \Rightarrow n = -1 \quad M(-1, r)$$

$$\left\{ \frac{MA + MA'}{2} = -1 \Rightarrow \frac{1+a}{2} = -1 \Rightarrow a = -3 \right.$$

$$\left\{ \frac{y_A + y_{A'}}{2} = c \Rightarrow c = \frac{r+b}{2} \Rightarrow b = 9 \right.$$

$$rb - a = 12 - (-3) = 15$$

