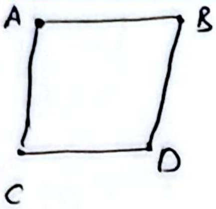
... شماره ۱۷ ... پایه دهم B

(۱)



$A(2,-k)$

$B(4,m)$

$$\frac{m-k}{4-(-2)} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m = k-m$$

$$AB = (4-(-2),\ m-k) = (6,-3)$$

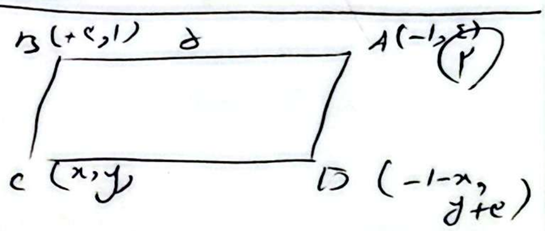
$$|AB| = \sqrt{6^2+(-3)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

مساحت مربع $= (\sqrt{45})^2 = 45$

---

(۲)

$A(-1,4) / B(3,1) / C(x,y)\ ,\ D(-1-x,\ y+3)$



$$x_B + x_D = x_A + x_C \Rightarrow 2-x = -1+x \Rightarrow x = 1.5$$

$$y_B + y_D = y_A + y_C \Rightarrow 4+y = 4+y$$

$$m_{AB} = -\frac{3}{4} \Rightarrow m_{BC} = \frac{4}{3} = \frac{y-1}{-1.5} \Rightarrow y = -1$$

$$2(2.5+5) = 15$$ → پاسخ

---

(۳)

$$2mx + (m^2-1)y = 3 \leadsto 2mx + (m^2-1)y - 3 = 0$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

شیب معادله خط: $\frac{-2m}{m^2-1} = \sqrt{3}$

$$\sqrt{3}m^2 - \sqrt{3} = -2m \Rightarrow \sqrt{3}m^2 + 2m - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \Delta: 4 - 4(\sqrt{3})(-\sqrt{3}) = 16$$

I: $\frac{-2+\sqrt{16}}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

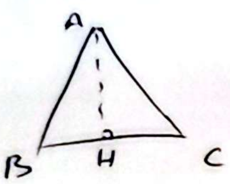
II: $\frac{-2-\sqrt{16}}{2\sqrt{3}} = \frac{-6}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$ یا $$\frac{4}{\sqrt{3}}$$

---

(۴)

$A(1,9) / B(3,3) / C(7,11)$



$$m_{BC} = \frac{11-3}{7-3} = 2 \Rightarrow y-3 = 2(x-3)$$

BC معادله خط $\Rightarrow y - 2x + 3 = 0$

BC تا A فاصله (d): $\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|9-2+3|}{\sqrt{4+1}} = 2\sqrt{5}$ → پاسخ

---

(۵)

$AB: y + 2x = 7$

$AC: 4y - 3x = 17$

$BC: 2y - 7x = -19$

AC, AB تقاطع: $y = 7-2x$, $y = \frac{17+3x}{4} \Rightarrow \frac{3x+17}{4} = 7-2x \Rightarrow y=5,\ x=1$ $A(1,5)$

BC, AB تقاطع: $2(7-2x) - 7x = -19 \Rightarrow y=1,\ x=3$ $B(3,1)$

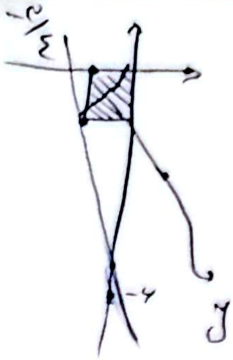
BC, AC تقاطع: $\frac{3x+17}{2} - 7x = -19 \Rightarrow y=8,\ x=5$ $C(5,8)$

طول ارتفاع BH

AC معادله $\longrightarrow 4y - 3x - 17 = 0$

$$d = \frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|4(1)-3(3)-17|}{\sqrt{16+9}} = \frac{22}{5} = 4.4$$ پاسخ

۶



$(-\frac{3}{4}, 0)(0, -6) \to \dfrac{\frac{6}{1}}{-\frac{3}{4}} = -\frac{24}{3} = -8$

$a = -8a - 6 \Rightarrow 9a = -6 \Rightarrow a = -\frac{2}{3}$

$y = -8x - 6$

طول قطر: $\sqrt{2 \times \frac{4}{9}} \Rightarrow \sqrt{\frac{8}{9}} \to \frac{\sqrt{8}}{3}$ → پاسخ

$y = \frac{1}{8}x - \frac{7}{12}$

۷

$y - ax = 1$, $ay - x = a - 1 \to y = ax + 1$ (شیب a) $ay - x = a - 1 \Rightarrow y = \frac{1}{a}x + \frac{a-1}{a}$ شیب $\frac{1}{a}$

$\frac{1}{a} = a \Rightarrow a = \pm 1$

اگر مساوی ۱ باشد دو خط روی هم می‌افتند و نمی‌توانند مستطیل بسازند پس $a = -1$ قبول

$y - (-1)x = 1 \Rightarrow y + x = 1$ خط اول   خط دوم: $-1(y - x) = -1 - 1 \Rightarrow x + y = 2$

$d = \frac{|2-1|}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ضلع اول   ضلع دوم (x): $x^2 + (\frac{1}{\sqrt{2}})^2 = 5^2 \Rightarrow x^2 = \frac{49}{2} \Rightarrow$

$x = \frac{7}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$

مساحت مستطیل: $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{7\sqrt{2}}{2} = \frac{14}{4} = 3.5$ → پاسخ

۸

$A(4, 0)$ $x - 3y = 1$

نقطه: $(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$

d فاصله A از خط $= \frac{|4-1|}{\sqrt{1+(-3)^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \to$ طول ضلع BC

$S = \frac{1}{2} BC \cdot h = \frac{1}{2} \times \frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{9}{20}$ → پاسخ

۹

$(-\frac{1}{2}, a)\ (-\frac{1}{3}, b)$ $AB = (-\frac{1}{3} + \frac{1}{2}, b - a) \to (\frac{1}{6}, b - a)$

$\frac{b-a}{\frac{1}{6}} = \sqrt{3} \Rightarrow a - b = \frac{\sqrt{3}}{6}$ $|AB| = \sqrt{(\frac{1}{6})^2 + (b-a)^2} = \sqrt{\frac{3}{36} + \frac{1}{36}} = \frac{1}{3}$

طول تصویر $\frac{1}{3} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

(۱۰)

مرکز $(0,0)$

$P=(-3,-4)$

$OP = \sqrt{(-3)^2+(-4)^2} = 5$ (شعاع)

$x^2+y^2=25$

شیب شعاع: $\frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$ ← چون خط مماس بر شعاع عموده $m = -\frac{3}{4}$

شیب خط دوم عمود بر اول: $m_2 = \frac{4}{3}$

فاصله مرکز از خط: $5 = \frac{|b|}{\sqrt{(\frac{4}{3})^2+1}} \Rightarrow |b| = \frac{25}{3}$ ← برای اینکه نقطه‌ی تماس در ناحیه‌ی ۲ باشد x منفی و b مثبت پس باید $b=\frac{25}{3}$ باشد

[معادله‌ی خط دوم $y = \frac{4}{3}x+b$ ← $y = \frac{4}{3}x+\frac{25}{3}$]

معادله خط اول ← $y+4 = -\frac{3}{4}(x+3)$

حل دستگاه: $-\frac{3}{4}(x+3)-4 = \frac{4}{3}x+\frac{25}{3} \Rightarrow x=-7$, $y = \frac{4}{3}(-7)+\frac{25}{3} = -1$

نقطه برخورد ۲ خط $= (-7,-1)$

عرض $\times$ طول $= -7 \times -1 = 7$ ← پاسخ