

۱- نقاط $A(-2, k)$ و $B(k, m)$ روی خطی با شیب $\frac{1}{2}$ قرار داشته باشند.
در نقطه در اس مجاور در مربع $ABCD$ هستند مساحت آن مربع

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{k - m}{-2 - k} = -\frac{1}{2}$$

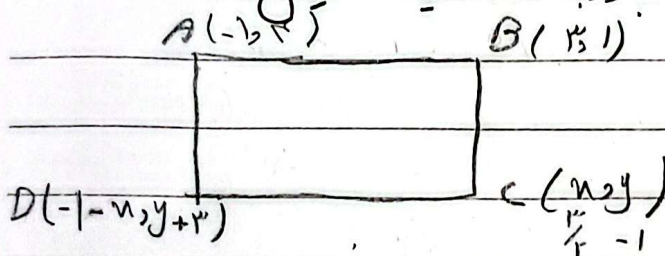
$$2(k - m) = 4 \Rightarrow k - m = 2$$

$$AB = \sqrt{(k - m)^2 + (2 + 2)^2} = \sqrt{2^2 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$S_{\square} = (\sqrt{20})^2 = 20$$

۲- نقاط $A(-1, 4)$ ، $B(3, 1)$ و $C(x, y)$ و $D(-1 - x, y + 3)$ رأس‌ها

یک مستطین هستند اگر رأس‌های D مجاور باشند محیط مستطین



$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ (-1 + x) = (3 - 1 - x) \Rightarrow -1 + x = 2 - x \\ 2x = 3 \quad x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$x + y = -1 + y + 3 \Rightarrow x + y = y + 2 \quad \text{شیب سبب می‌شود}$$

$$m_{AB} = -\frac{1}{m_{BC}} \Rightarrow \frac{1 - 4}{3 + 1} = -\frac{1}{\frac{y - 1}{x - 3}} \Rightarrow \frac{-3}{4} = -\frac{x - 3}{y - 1}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{x - 3}{y - 1} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\frac{3}{2} - 3}{y - 1} = \frac{-\frac{3}{2}}{y - 1} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{-\frac{3}{2}}{y - 1}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{-3}{2(y - 1)} \Rightarrow -6 = 3(y - 1) \Rightarrow y - 1 = -2 \Rightarrow y = -1$$

$$AB = \sqrt{(5+1)^2 + (1-5)^2} = 5$$

(رابطه ۲)

$$BC = \sqrt{(-1-1)^2 + (\frac{3}{2}-5)^2} = \frac{5}{2}$$

$$2 \left(5 + \frac{5}{2} \right) = 2 \left(\frac{10+5}{2} \right) = 15$$

$$2mx + (m^2 - 1)y = 3$$

۵) خطی ۴ درجه سازد اختلاف مقادیر m را بدست آورید

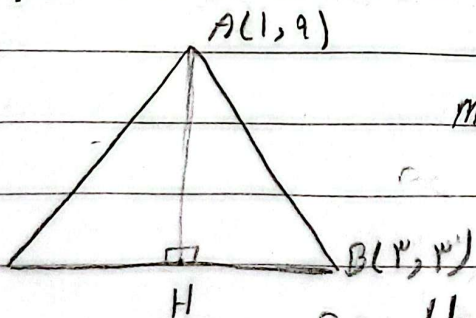
$$\tan \theta = \sqrt{3}$$

$$2mx + (m^2 - 1)y = 3 \Rightarrow (m^2 - 1)y = 3 - 2mx \Rightarrow y = \frac{-2m}{m^2 - 1}x - \frac{3}{m^2 - 1}$$

$$\frac{-2m}{m^2 - 1} = \sqrt{3} \quad (m^2 - 1)\sqrt{3} = -2m \Rightarrow \sqrt{3}m^2 + 2m - \sqrt{3} = 0$$

$$|m_1 - m_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{4+12}}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

۴. طول ارتفاع AH در مثلثی با رئوس های A(1, 9) و B(3, 3) و C(7, 11) را بدست آورید



$$m_{BC} = \frac{11-3}{7-3} = \frac{8}{4} = 2$$

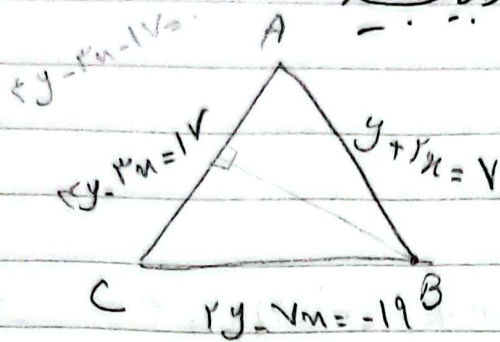
$$BC \text{ dir.} = y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Rightarrow y - 3 = 2(x - 3) \Rightarrow y = 2x - 6 + 3 \Rightarrow y = 2x - 3$$

$$AH = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|9 - 2 + 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$$

Senobar

۵- سه ضلعی مثلث به معادلات $AC: 4y - 3x = 17$ و $AB: y + 2x = 7$ و $BC: 2y - 7x = -19$ باشد. ارتفاع BH را بیابید.



$$y = 7 - 2x$$

$$y = \frac{7x - 19}{2} \Rightarrow 7 - 2x = \frac{7x - 19}{2}$$

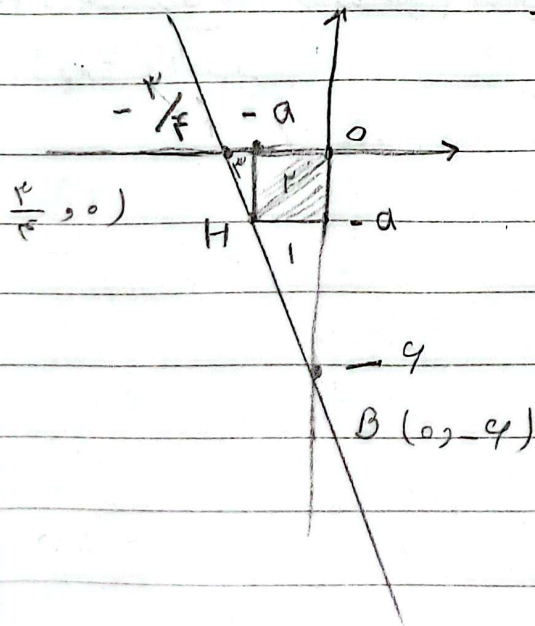
$$7 + \frac{19}{2} = \frac{7x}{2} + 2x$$

$$= \frac{14 + 19}{2} = \frac{33}{2} = 11x \Rightarrow x = 3$$

$$y = 7 - 2x \Rightarrow y = 7 - 6 = 1 \quad B(3, 1)$$

$$BH = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|-4 + 3 - 17|}{\sqrt{16 + 9}} = \frac{22}{5}$$

۶- سطح، قطر و مجموع مساحت‌های مثلث را بیابید.



$$S_{\triangle} = S_1 + S_2 + S_3$$

$$S_{\triangle} = \frac{4 \times \frac{4}{a}}{2} = \frac{8}{a}$$

$$S_1 = \frac{(-a + 4) \times a}{2}$$

$$S_r = a^r \quad \text{و} \quad S_r = \frac{(-a + \frac{r}{a}) \times a}{r}$$

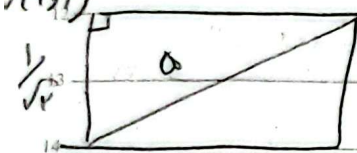
$$\frac{q}{r} = \frac{(-a + \frac{r}{a}) \times a}{r} + a^r + \frac{(-a + \frac{r}{a}) \times a}{r} \times r$$

$$\frac{q}{r} = -a^r + \frac{r}{a} a + \frac{r}{a} a - a^r + \frac{r}{a} a$$

$$\frac{q}{r} = \frac{r^2 a + r a}{r} \Rightarrow \frac{q}{r} = \frac{r^2 a}{r} \Rightarrow r^2 a = \frac{q}{r} \Rightarrow a = \frac{q}{r^3} = \frac{r}{\frac{q}{r^2}}$$

$$a = \frac{r}{r^3} \quad \text{ضلع} = \sqrt{r} \quad \text{طول قطری} = \frac{r}{r} \sqrt{r}$$

۷- در ضلع مقابل به مماس یک مستطیل روی خطوط به سادگی $y - an = 1$ و $ay - n = a - 1$ مستطیل را اگر قطر مستطیل برابر ۵ و نقطه $(1, 2)$ یکی از رئوس مستطیل باشد سمت مستطیل



$$ay - n = a - 1 \Rightarrow y = \frac{n}{a} + \frac{a-1}{a} \Rightarrow r = \frac{1}{a} + \frac{a-1}{a} = \frac{1+a-1}{a} = \frac{a}{a} = 1$$

$$y - an = 1 \xrightarrow{(1,2)} r - a = 1 \Rightarrow a = 1$$

اگر $a = 1$ باشد $ay - n = a - 1 \Rightarrow a = 0 \times$ روی خط $ay - n = a - 1$ باشد چون $n = 1$ و $y = 1$ روی مستطیل

$$y - an + 1 \xrightarrow{a=1} y = n + 1 \quad \text{(در نظر داریم)}$$

$$y = \frac{n}{a} + \frac{a-1}{a} \Rightarrow y = n$$

$$\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 - 0|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\omega^r = \left(\frac{1}{\sqrt{r}}\right)^r + A B^r \Rightarrow r \omega = \frac{1}{r} + A B^r \Rightarrow$$

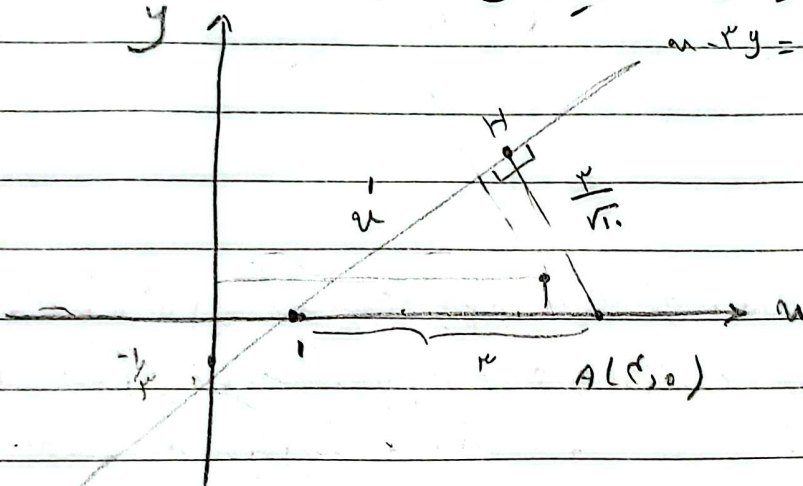
$$A B^r = r \omega - \frac{1}{r} = \frac{\omega - 1}{r} = \frac{q}{r} \Rightarrow A B = \frac{V}{\sqrt{r}}$$

$$S = \frac{\sqrt{V}}{\sqrt{r}} \times \frac{1}{\sqrt{r}} = \frac{V}{r}$$

۸ - نقطه $A(4,0)$ یک رأس مثلثی است که در اس دیر آن ردی خط $x-3y=1$

قرار دارد اگر طول یک ضلع برابر با صدی اس A از این خط بوده و نقطه $(\frac{1}{3}, 7)$

فاصل این مست باشد بیشترین مساحتی از ضلعی اول خودهای مختصا را بیاید



$$x-3y=1$$

$$x-1=3y$$

$$y = \frac{x-1}{3}$$

$$A H = \frac{|x-3y-1|}{\sqrt{1+9}} = \frac{r}{\sqrt{10}}$$

$$r^2 = \left(\frac{r}{\sqrt{10}}\right)^2 + (x')^2 = x'^2 = 9 - \frac{9}{10} = \frac{90-9}{10} = \frac{81}{10}$$

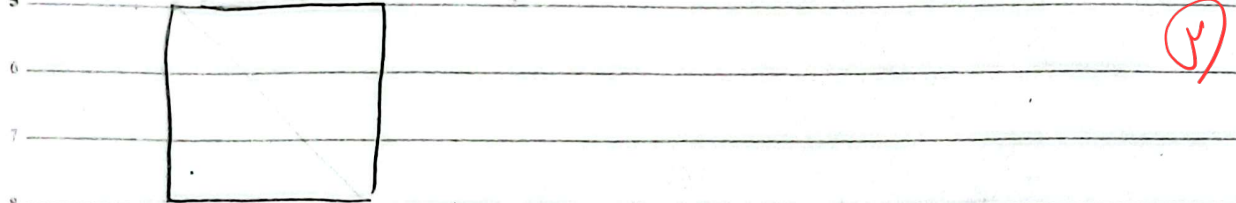
$$x' = \frac{9}{\sqrt{10}}$$

$$S_{\Delta} = \frac{\frac{9}{\sqrt{10}} \times \frac{r}{\sqrt{10}}}{2} = \frac{\frac{9r}{10}}{2} = \frac{9r}{20}$$

۹- دو نقطه $A(-\frac{1}{3}, a)$ و $B(\frac{1}{3}, b)$ در این مجاور

یک مربع بوده و روی خط Δ قرار دارند اگر شیب خط Δ برابر $\sqrt{3}$ باشد

طول قطری این مربع را بیابید



$$m_{\Delta} = \sqrt{3} = \frac{b-a}{-\frac{1}{3}-(-\frac{1}{3})} = \frac{b-a}{-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}} = \frac{b-a}{0}$$

$$AB = \sqrt{(-\frac{1}{3} + \frac{1}{3})^2 + (b-a)^2} = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{3}{9}} = \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{قطری} = \sqrt{2} \times \text{ضلع} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

۱۰- خط L در نقطه $(-4, -3)$ بر دایره‌ای به مرکز مبدأ محصه مماس است

اگر خط عمود بر L در ناحیه دوم بر این دایره مماس باشد حاصلضرب طول عرض

محصلات نقطه برخورد دو خط را بیابید

$$r = \sqrt{(0+3)^2 + (0+4)^2} = 5$$

$$\text{فاصله } (B) \text{ از نقطه } (0,0) = 5\sqrt{2} = (0,0)$$

$$m_{L'} = \frac{-4-0}{-3-0} = \frac{4}{3}$$

$$m_{L'} = -\frac{3}{4}$$

$$y = y + 3 = -\frac{3}{4}(x+4)$$

$$y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{1}$$

$$y = -\frac{r}{c}x - \frac{r_0}{r}$$

ل' و ل' در خط L $\rightarrow B = -\frac{r}{c}x - \frac{r_0}{r}$

بماصل (0,0) از (0,B)

$$\Delta \sqrt{r} = \sqrt{x^2 + \left(-\frac{r}{c}x - \frac{r_0}{r}\right)^2} = \frac{r}{c}x + \frac{r_0}{r} \times r =$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{9}{19}x^2 + \frac{4r_0}{19} + \frac{r_0}{r}x = 0$$

$$\frac{r_0}{19}x^2 + \frac{r_0}{r}x - \frac{4r_0}{19} = 0 \quad \times \frac{19}{r_0}$$

$$x^2 + 9x - 4 = 0 \Rightarrow x + 9x - 4 = 0$$

$$(x+4)(x-1) \rightarrow x = -4$$

$x = 1$ $\times$ از خط خارج می شود

$$x = -4 \quad B = -\frac{r}{c}(-4) - \frac{r_0}{r} = -1$$

$$x = -4 \quad B = -1$$

$$x \times B = -4$$