مهتاب قدیری

(۱)

$\frac{x}{y}=\frac{۵}{۲} \Rightarrow \frac{x'}{y}=\frac{۲+۲\sqrt{۵}}{۲}$

$S_{\text{طلایی}}: ۸+۸\sqrt{۵} \Rightarrow \frac{S_{\text{طلایی}}}{S_{\text{اولیه}}}=\frac{۸+۸\sqrt{۵}}{۲۰}=۰/۴(۱+\sqrt{۵})$

$S_{\text{اولیه}}=۲۰$

---

(۲)

$\frac{\sqrt{x^۲+y^۲}}{x}=\frac{۱+\sqrt{۵}}{۲} \quad \frac{x^۲}{y^۲}=?$

$۲\sqrt{x^۲+y^۲}=x+\sqrt{۵}x$

$۴x^۲+۴y^۲=x^۲+۵x^۲+۲\sqrt{۵}x^۲ \Rightarrow ۴y^۲=۲x^۲$

$۴y^۲=x^۲(۴+۲\sqrt{۵}) \Rightarrow \boxed{\frac{x^۲}{y^۲}=\frac{۴}{۴+۲\sqrt{۵}}}$

---

(۳)

$۲a+\sqrt{۲a^۲+۶a}=۲ \quad \frac{a+۱}{a}=?$

$\sqrt{۲a^۲+۶a}=۲-۲a$

$۲a^۲+۶a=۴+۹a^۲-۱۲a \rightarrow ۷a^۲-۱۹a+۴$

$a^۲-۱۹a+۴۸$

$(۷a-۱۴)(۷a-۲)$

$\frac{۲+۷}{۷}=\frac{۹}{۷}=\frac{۹}{۲} \quad \left|\frac{x+۱}{۲}=\frac{۳}{۲}\right.$

$\Rightarrow \begin{cases} a=\frac{۲}{۷} \\ a=۲ \end{cases}$

---

(۴)

$۲\sqrt{x+۱}-\sqrt{(x-۱)(x+۱)}-\sqrt{(x-۱)(x+۱-۲\sqrt{x+۱}}=\sqrt{x+۱}$

$\sqrt{x+۱}\left(\frac{-۲\sqrt{x-۱}}{۹-x+۱}\right)=\frac{(\sqrt{x-۱})^۲}{\sqrt{x-۱}} \rightarrow ۲\sqrt{x+۱}=x-۱۰ \rightarrow x^۲-۲۴x+۹۹$

$\rightarrow x=۱۲\pm۴\sqrt{۲}$ $\quad$ $۱۲-۴\sqrt{۲}$ $\quad$ $x\geq ۱۰$

و معادله یک ریشه مثبت دارد

⑤

$\sqrt{2-x} > 0 \to 2-x > 0 \to \boxed{2 > x}$

$\sqrt{2-x} \neq 2 \Rightarrow 2-x \neq 4 \Rightarrow \boxed{x \neq -2}$

$\sqrt{2-x} = t$

$$\frac{2-\sqrt{2-x}-\sqrt{2-x}-1}{2+x} \to \frac{-2\sqrt{2-x}}{2+x} = \frac{x-2}{5\sqrt{2-x}}$$

$\Rightarrow 4-x^2 = -10+5x \quad (x-2)(x+2) = (2-x)(-5)$

$x+2-5 \Rightarrow$ ریشه مثبت ندارد

⑥

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x-1)^2} = \frac{185}{9} \Rightarrow \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{1+x}\right)^2 - 2\frac{1}{x(1+x)} = \frac{185}{90}$$

$$\left(\frac{1}{x(1-x)}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{x(1-x)}\right) = \frac{185}{90}$$

$$t^2-2t = \frac{185}{90} \Rightarrow t^2-2t+1 = \frac{169}{9} \Rightarrow (t-1)^2 = \left(\frac{13}{3}\right)^2$$

$\Rightarrow t-1 = \pm\frac{13}{3}$

$t = \frac{16}{3}$ ، $t = \frac{-10}{3}$

$\frac{1}{x(1-x)} = \frac{16}{3} \Rightarrow x+x^2 = \frac{3}{16}$

$\frac{1}{x(1-x)} = \frac{-10}{3} \Rightarrow x+x^2 = \frac{-3}{10}$ ⑫ مجموع ریشه‌ها

⑦

1) $-x^3+4x^2+25x-14 \geq 0 \to x \in [-\infty,-5] \cup [2,5]$

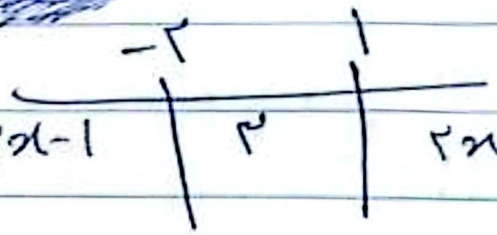
$x+2 \neq 0 \to x \in [-2,+\infty)$

2) $-x^2+9x-8 \geq 0 \to x \in [1,8]$

$x = 4 \to 4+2 = 6$ معادله یک جواب دارد

3) $2+\sqrt{-x^2+4x^2+25x-14} \geq 0$ $\quad x \geq 0$

4) $x^2+\sqrt{-x^2+9x-8} \geq 0 \to$ همواره مثبت



①

$AB = \sqrt{۲۹+۴} = \sqrt{۳۵} = ۱\sqrt{۱۰}$

① $-x+۱۷ = ۹ \Rightarrow x = ۸$ $(۸, ۳)$ ✗

② $-x+۱۷ = ۹x+۳ \rightarrow ۱۴ = ۷x \rightarrow x = ۲ \Rightarrow (۲, ۵)$ ✓

③ $-x+۱۷ = -۴x-۳ \rightarrow ۲۰ = ۵x \rightarrow x = -۴ \rightarrow (-۴, ۷)$ ✓

⑨

$y = |x-۲| \longrightarrow (x \geq ۲)$

$y = \frac{۱}{۲}x + ۲$

$\frac{۱}{۲}x+۲ = x-۲ \Rightarrow ۴ = \frac{۱}{۲}x \Rightarrow x = ۸ \quad y = ۶$

$\frac{۱}{۲}x+۲ = -x+۲ \Rightarrow x = ۰ \quad y = ۲۰$

$S = \frac{۲\sqrt{۲} \times ۶\sqrt{۲}}{۲} = ۱۲$

آفرین پسر

(10) حل معادلات

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{x+9+x}{x^2+9x} = \frac{1}{20}$$

$$40x + 180 = x^2 + 9x$$

$$x^2 - 31x - 180 = 0$$

$$\rightarrow (x+5)(x-36)$$

آذین مهر