(۱

طول $\frac{l}{w} = \frac{۵}{۴} \rightarrow \frac{۵}{۴} w = l$ عرض

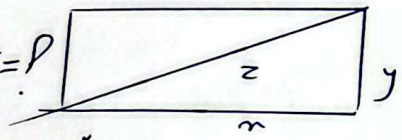
$A_1 = lw = \frac{۵}{۴} w \cdot w = \frac{۵}{۴} w^۲$

مساحت مستطیل کوچک: $A_۲ = w l' - w\phi^۲$

$\phi = \frac{l'}{w}$ طول مستطیل کوچک $\rightarrow w\phi$

$\frac{A_۲}{A_۱} = \frac{w\phi^۲}{\frac{۵}{۴} w^۲} = \frac{۴\phi}{۵} \rightarrow \frac{A_۲}{A_۱} = \frac{۵}{۴} \times \frac{۱+\sqrt{۵}}{۲} = \frac{۲(\sqrt{۵}+۱)}{۵}$ جواب

(۲



$\frac{x^۲}{y^۲} = ۶$

$\frac{z}{x} = \frac{۱+\sqrt{۵}}{۲}$ $\quad \frac{\sqrt{x^۲+y^۲}}{x} = \frac{۱+\sqrt{۵}}{۲} \Rightarrow$

$x^۲+y^۲ = z^۲ \rightarrow z = \sqrt{x^۲+y^۲}$

$\frac{x^۲+y^۲}{x^۲} = \frac{۶+۲\sqrt{۵}}{۴}$

$۱+\frac{y^۲}{x^۲} = \frac{۴(۲+\sqrt{۵})}{۲۴} \Rightarrow \frac{y^۲}{x^۲} = \frac{۳+\sqrt{۵}}{۲} - \frac{۲}{۲} = \frac{۱+\sqrt{۵}}{۲} \Rightarrow \frac{x^۲}{y^۲} = \frac{۲}{۱+\sqrt{۵}}$

باسی

(۳

$۳a + \sqrt{۲a^۲+۴a} = ۲ \rightarrow (\sqrt{۲a^۲+۴a})^۲ = (۲-۳a)^۲ \rightarrow ۷a^۲ - ۱۶a + ۴ = ۰ \Rightarrow$

$\frac{a+۱}{a} = ۶$

$\Delta = b^۲ - ۴ac \rightarrow ۲۵۶ - \underbrace{۴(۷)(۴)}_{۱۱۲} = ۱۴۴ \Rightarrow a = \frac{۱۶ \pm ۱۲}{۱۴} = ۲, \frac{۲}{۷}$ غ ق ق

$\frac{\frac{۲}{۷}+۱}{\frac{۲}{۷}} = \frac{\frac{۹}{۷}}{\frac{۲}{۷}} = \frac{۹}{۲} = ۴,۵$ باسی

(۴

$\frac{\sqrt{x+۱}}{\sqrt{x-۱}+۳} - \frac{\sqrt{x+۱}}{۳-\sqrt{x-۱}} = \frac{x-۱}{\sqrt{x-۱}} \Rightarrow \frac{\sqrt{x+۱}\,(۳-\sqrt{x-۱}-\sqrt{x-۱}-۳)}{۳^۲-(x-۱)} = \sqrt{x-۱}$

$\Rightarrow ۲\sqrt{x+۱} = x-۱۰ \rightarrow ۴x^۲ + ۴ = x^۲ - ۲۰x + ۱۰۰ \Rightarrow x^۲ - ۲۴x + ۹۶ = ۰$

دارای ۲ ریشه متمایز مثبت است.

(۵

$\frac{۱}{\sqrt{۲-x}+۲} - \frac{۱}{۲-\sqrt{۲-x}} = \frac{۲-x}{۵\sqrt{۲-x}}$ $\quad \frac{-۲\sqrt{۲-x}}{۲+x} = \frac{۲-x}{۵\sqrt{۲-x}}$

$\frac{۲-\sqrt{۲-x}-(۲+\sqrt{۲-x})}{(۲+\sqrt{۲-x})(۲-\sqrt{۲-x})} = \frac{۲-x}{۵\sqrt{۲-x}}$

$۴-x^۲ = -۱۰(۲-x) \Rightarrow$

$x^۲+۱۰x-۲۴ = ۰$

$(x+۱۲)(x-۲) = ۰$

$x = -۱۲, ۲$ غ ق ق

بی‌شمار جواب

بی‌شمار ریشه دارد

۶)

$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(1-x)^2}=\frac{14}{9} \Rightarrow \frac{(1-x)^2+x^2}{x^2(1-x)^2}=\frac{14}{9} \Rightarrow 14x^4-28x^3+24x^2+18x-9=0$$

$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$ $\quad S=-\frac{b}{a}=\frac{-28}{14}=2$

$a=14$, $b=-28$

---

۷)

$$\underbrace{\sqrt{x+\sqrt{-x^3+4x^2+25x-100}}}_{III}+\underbrace{\sqrt{x^2+\sqrt{-x^2+4x-3}}}_{II}=\underbrace{x+2}_{I}$$

I) $x+2\geq 0 \rightarrow x\geq -2$

II) $-x^2+4x-3\geq 0 \Rightarrow (x-1)(x-3)\leq 0 \rightarrow 1\leq x\leq 3$

III) $-x^2(x-4)+25(x-4)\geq 0 \rightarrow (x-4)(25-x^2)\geq 0 \rightarrow (x-4)(5-x)(5+x)\geq 0$

$x\leq -5$, $4\leq x\leq 5$ $\quad$ U

I ∩ II ∩ III $\rightarrow x=4$ → تنها جواب

---

۸)

$y=|x+2|+|x-1|$, $3y+x=17 \rightsquigarrow y=\frac{-x+17}{3}$

$y=2x+1$, $y=-2x-1$

$2x+1=\frac{-x+17}{3} \Rightarrow 6x+3=17-x \Rightarrow x=2$, $y=5$ $\quad A(2,5)$

$-2x-1=\frac{-x+17}{3} \Rightarrow -6x-3=-x+17$ $\quad B(-4,7)$

$x=-4$, $y=7$

$AB=\sqrt{(2-(-4))^2+(5-7)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$ → جواب

---

۹)

$y=\frac{1}{2}x+2$

$y=\sqrt{x^2-4x+4}$

$y=\sqrt{(x-2)^2}=|x-2|$

$|x-2|=\frac{1}{2}x+2$

I) $x\leq 2 \rightsquigarrow x-2=\frac{1}{2}x+2 \rightarrow x=8$ $\quad y=\frac{1}{2}(8)+2=6$ $\quad (8,6)$

II) $2<x \rightsquigarrow -(x-2)=\frac{1}{2}x+2 \Rightarrow x=0$ $\quad y=\frac{1}{2}(0)+2=2$ $\quad (0,2)$

$6+2=12$

---

۱۰)

مساحت مستطیل $\rightarrow \frac{1}{x}$ و $\frac{1}{y}$ مساحت مربع

$2\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=1 \rightarrow \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2} \Rightarrow$

$\frac{1}{x}+\frac{1}{x+4}=\frac{1}{20} \Rightarrow x^2-32x-160=0$

$x=\frac{32\pm\sqrt{(32)^2+4(160)}}{2}$ $\quad x=40$ → جواب

$x=-4$ غ ق ک

مساحت مربع $40\times 40=1600$ سانتی‌متر مربع