نام و نام خانوادگی ......شمیم ابراهیمی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ....(۱۹)..... کلاس ...یازدهم ریاضی (B)......

۲۰

۱

$\alpha = 3\beta \longrightarrow S = 3\beta + \beta = 4\beta = \frac{a}{3} \Rightarrow a = 12\beta \Rightarrow a = \pm\frac{2}{3} \times 12 = \pm 8$

$P = (3\beta)(\beta) = 3\beta^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \beta^2 = \frac{4}{9} \to \beta = \pm\frac{2}{3}$

$a = 8 \longrightarrow 3x^2 - 8x + 4 = 0$ قق $(\Delta > 0)$

$a = -8 \longrightarrow 3x^2 + 8x + 4 = 0$ قق $(\Delta > 0)$ $\Rightarrow 8 - (-8) = 16$

۱

۲

$\sqrt{\frac{1}{\alpha}} + \sqrt{\frac{1}{\beta}} = 5 \Rightarrow \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 2\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}} = 25 = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} + 2\sqrt{\frac{1}{\alpha\beta}} = \frac{S}{P} + 2\sqrt{\frac{1}{P}}$ *

$S = \frac{m+14}{36} \quad P = \frac{1}{36} \overset{*}{\Rightarrow} 36S + 2\sqrt{36} = 25 \Rightarrow 36S = 25 - 12 = 13$

$\Rightarrow S = \frac{13}{36} = \frac{m+14}{36} \Rightarrow m + 14 = 13 \to m = -1$

حاصلضرب ریشه‌ها : $\frac{2}{m} = \frac{2}{-1} = -2$

۱

۳

$x = \alpha \Rightarrow 4\alpha^3 + k\alpha^2 - 9\alpha - 2 = 0$
$x = \beta \Rightarrow 4\beta^3 + k\beta^2 - 9\beta - 2 = 0$
$\Rightarrow 4(\alpha^3 + \beta^3) + k(\alpha^2 + \beta^2) - 9(\alpha + \beta) - 4 = 0$

$= 4(S^3 - 3SP) + k(S^2 - 2P) - 9(S) - 4 = 0 \to S = 1, P = -2$

$\Rightarrow 4((1)^3 - 3(1)(-2)) + k((1)^2 - 2(-2)) - 9(1) - 4 = 4(7) + k(5) - 13 = 0$

$\Rightarrow 5k = 13 - 28 = -15 \Rightarrow k = -3$

۱

۴

$3\alpha^2 + 2\beta^2 = \frac{5}{2}(\alpha^2 + \beta^2) + \frac{1}{2}\underbrace{(\alpha^2 - \beta^2)}_{(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)} = \frac{5}{2}(S^2 - 2P) + \frac{1}{2}(S)(\alpha - \beta)$

$S = -6 \ , P = a \Rightarrow \frac{5}{2}(36 - 2a) + \frac{1}{2}(-6)(-\sqrt{36-4a}) = 90 - 5a + 3\sqrt{36-4a} =$

$\beta > \alpha \Rightarrow \beta - \alpha = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{36-4a}}{1} \Rightarrow \alpha - \beta = -\sqrt{36-4a}$

$= 12\sqrt{2} + 85 = 3\sqrt{32} + 85$

$\Rightarrow 90 - 5a = 85 \to a = 1$

$36 - 4a = 32 \Rightarrow a = 1$

$a = 1$ قق

۱

۵

اگر $t = x^2$ باشد آنگاه معادله ی $t^2 - 7t - 5 = 0$ دو جواب دارد $(\Delta > 0)$ که مختلف العلامت هستند $(P < 0)$ پس از بین این دو جواب چون $t \geq 0$ است تنها جواب + قق است. در این صورت اگر $t = a$ باشد $\leftarrow x = \pm\sqrt{a}$ که S برابر 0 و P برابر $-a$ است.

$t^2 - 7t - 5 = 0 \to \Delta = 49 - (4)(-5) = 69$

$\Rightarrow t = \frac{7 \pm \sqrt{69}}{2} \Rightarrow a = \frac{7 + \sqrt{69}}{2}$

$2P^2 - \cancel{3SP}_{0} + \cancel{2S}_{0} = 2P^2 = 2\left(\frac{7+\sqrt{69}}{2}\right)^2 = \frac{49+69+14\sqrt{69}}{2} = 59 + 7\sqrt{69}$

۱

$۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰ \to \alpha+\beta = S = \frac{-a}{۲a} = \frac{-۱}{۲} \quad P = \frac{-۶}{۲a} = \frac{-۳}{a} = \alpha\beta = -۳$

$۲x^۲ - ax + b = ۰ \to \alpha + ۰٫۵ + \beta + ۰٫۵ = S' = \alpha+\beta+۱ = -\frac{۱}{۲}+۱ = \frac{۱}{۲} = \frac{a}{۲} \Rightarrow a = ۱$

$\to (\alpha+\frac{۱}{۲})(\beta+\frac{۱}{۲}) = P' = \frac{۱}{۴} + (\alpha+\beta)(\frac{۱}{۲}) + \alpha\beta = \frac{۱}{۴} + (-\frac{۱}{۲})(\frac{۱}{۲}) + \alpha\beta = \alpha\beta = -۳ = \frac{b}{۲} \Rightarrow b = -۶$ ۶

$\to ab = -۶ \to \frac{ab}{۴} = \frac{-۶}{۴} = -\frac{۳}{۲} \Rightarrow [-\frac{۳}{۲}] = -۲$

$۴۰\beta^۲ + ۲۰\alpha^۲ - ۲۰\beta = ۲۰(\alpha^۲+\beta^۲) + ۲۰(\beta^۲-\beta) = ۲۰(S^۲ - ۲P) + \frac{۲۰(\beta^۲-\beta)\times a}{a} \to a\beta^۲ - a\beta = b$

$\to S = \frac{a}{a} = ۱ , \; P = \frac{-b}{a} \Rightarrow \; = ۲۰(۱ + \frac{۲b}{a}) + \frac{۲۰(+b)}{a} = ۲۰ + ۴۰(\frac{b}{a}) + ۲۰(\frac{b}{a}) = ۱۷$

-۲۰

$\Rightarrow \cancel{۶۰}(\frac{b}{a}) = \cancel{-۳} \Rightarrow -۲۰b = a \Rightarrow |\alpha-\beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \to \Delta = a^۲ - ۴(-b)(a) = a^۲ + ۴ab$ ۷

$\to \; = (-۲۰b)^۲ + ۴(-۲۰b)(b) = ۴۰۰b^۲ - ۸۰b^۲ = ۳۲۰b^۲ \to \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \left|\frac{۸b\sqrt{۵}}{-۲۰b}\right| = \frac{۲\sqrt{۵}}{۵}$

$x^۲ - (a+۱)x + a = ۰$ اختلاف ریشه‌ها $= |\alpha-\beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow \Delta = (a+۱)^۲ - ۴a = a^۲ + ۲a + ۱ - ۴a = a^۲ - ۲a + ۱$

$= (a-۱)^۲ \Rightarrow |\alpha-\beta| = \frac{|a-۱|}{۱} = ۲$ (دو عدد فرد متوالی) $\Rightarrow a = ۳, -۱$ اگر $a=-۱$ در این صورت جمع دو ریشه

صفر می‌شود که چون جمع دو عدد طبیعی است ← غ ق ق ← $a = ۳$

$\to x^۲ - (۳a+۱)x + b = ۰ \to \alpha = \beta + ۲ \Rightarrow S = ۳a+۱ = ۱۰ = ۲\beta + ۲ \Rightarrow \beta = ۴ , \alpha = ۶ \Rightarrow P = ۲۴ = b$ ۸

$\to |a-b| = |۳-۲۴| = ۲۱$

$\alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P \to S = -۱ , \; P = -۱ - m^۲ \Rightarrow \alpha^۲+\beta^۲ = ۱ - ۲(-۱-m^۲) = ۱+۲+۲m^۲ = ۳+۲m^۲$

کمترین مقدار ممکن زمانی است که $m=۰$ باشد ← $m = ۰ \Rightarrow ۳ + ۲m^۲ = ۳$

۹

چون نقاط $(۳,y)$ و $(-۵,y)$ عرض یکسانی دارند، میانگین طول آنها، طول رأس سهمی است.
$\frac{۳-۵}{۲} = \frac{-۲}{۲} = -۱$

$\Rightarrow ext(-۱,۱) \to y = ax^۲ + bx + c \overset{(-۱,۱)}{\Rightarrow} a - b + c = ۱ \to c = ۱ - a + b = ۱ - a + ۲a = a + ۱$

$y = ۲۵a - ۵b + c , \; y = ۹a + ۳b + c \Rightarrow ۲۵a - ۵b = ۹a + ۳b \to ۱۶a = ۸b \to ۲a = b$ ۱۰

$\to \alpha^۲ + \beta^۲ = S^۲ - ۲P = (\frac{-b}{a})^۲ - ۲(\frac{c}{a}) = \underbrace{(\frac{b}{a})^۲}_{(\frac{۲a}{a})} - ۲(\frac{c}{a}) = ۴ - ۲\frac{(a+۱)}{a} = ۵$

$\Rightarrow ۱ = \frac{-۲(a+۱)}{a} \Rightarrow -\frac{۱}{۲} = \frac{a+۱}{a} \to a = -۲a - ۲ \Rightarrow ۳a = -۲ \to a = -\frac{۲}{۳} \Rightarrow c = -\frac{۲}{۳} + ۱ = \frac{۱}{۳}$