۱-

$۳x^۲-ax+۴ \to \alpha\beta=۳\alpha^۲ \to ۳\alpha^۲=\frac{۴}{۳} \to \alpha^۲=\frac{۴}{۹} \to \alpha=\frac{۲}{۳} \to \beta=۲ \Rightarrow \alpha+\beta=\frac{۸}{۳}$

$۳\alpha=\beta$

$\alpha=\frac{-۲}{۳} \to \beta=-۲ \to -\frac{۸}{۳}$

$\frac{-a}{۳}=\frac{۸}{۳} \to a=-۸$

$-\frac{۸}{۳} \to a=۸$

اختلاف $=۱۶$

۵

۲۰

۱

ماهور علی‌پور

۲-

$\frac{۱}{\sqrt{\alpha}}+\frac{۱}{\sqrt{\beta}}=۵ \to \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}}=۵ \to \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\frac{۱}{۳۶}}} \to ۶(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})=۵$

$۳۶(\alpha+\beta+۲\underbrace{\sqrt{\alpha\beta}}_{\frac{۱}{۶}})=۲۵ \to ۳۶(\alpha+\beta)+۱۲=۲۵ \to \alpha+\beta=\frac{۱۳}{۳۶} \to +\frac{(m+۱۴)}{۳۶}=\frac{۱۳}{۳۶} \to m=-۱$

۵

$-x^۲+۳x+۲ \xrightarrow{\text{ضرب ریشه}} -۲$

۳-

$x^۲-x-۲ \to$ معادله اصلی چندبار عبارت فاکتور شده $\to$

$۴x^۳+kx^۲-۹x-۲ \mid x^۲-x-۲$

$۴x^۳-۴x^۲-۸x \mid ۴x+(k+۴)$

برابر با یک

$(k+۴)x^۲-x-۲$ برابر با یک $\to k=-۳$

$-kx-۴x-۲k-۸$

$(x^۲-x-۲)(۴x+۱)$

$۴x^۳-۴x^۲-۸x+x^۲-x-۲$

$۴x^۳-۳x^۲-۹x-۲ \to \boxed{k=-۳}$

۵

۴-

$\alpha=\underbrace{\frac{-۶-\sqrt{۳۶-۴a}}{۲}}_{-۳-\sqrt{۹-a}} \quad \beta=\underbrace{\frac{-۶+\sqrt{۳۶-۴a}}{۲}}_{-۳+\sqrt{۹-a}} \Rightarrow \underbrace{۲\alpha^۲+۲\beta^۲}_{۲(S^۲-۲P)}+\alpha^۲=۱۲\sqrt{۲}+۸۵$

۵

$۲(۳۶-۲a)=۷۲-۴a \to ۱۲\sqrt{۲}+۸۵-۷۲+۴a=\alpha^۲ \to ۱۲\sqrt{۲}+۱۳+۴a=(-(۳+\sqrt{۹-a}))^۲$

$\to ۱۲\sqrt{۲}+\cancel{۱۳}+۴a=\cancel{۹}+۹-a+۶\sqrt{۹-a}$

$-۱۲\sqrt{۲}+۵=۵a-۶\sqrt{۹-a} \to ۵\underbrace{(a-۱)}_{۰}=۶(\underbrace{\sqrt{۹-a}-۲\sqrt{۲}}_{۰}) \to a=۱$

۵-

$x^۴-۷x^۲-۵=۰ \Rightarrow ۲P^۲-۳SP+۲S$

مجموع ریشه‌ها $=۰$

ضرب ریشه‌ها $=\sqrt{\left(\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\right)\left(\frac{-۷-\sqrt{۶۹}}{۲}\right)}=-\left(\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\right)$

$t^۲-۷t-۵=۰$

$\frac{۷\pm\sqrt{۴۹+۲۰}}{۲}$ ۶۹

$x^۲=\frac{+\sqrt{۴۹+۲۰}+۷}{۲} \to x=\pm\sqrt{\frac{۷+\sqrt{۴۹+۲۰}}{۲}}$

حالت منفی غیرقابل قبول

۵

$۲P^۲\underbrace{-۳SP}_{۰}+\underbrace{۲S}_{۰} \to ۲\left(\frac{۷+\sqrt{۶۹}}{۲}\right)^۲=۲\left(\frac{۴۹+۶۹+۱۴\sqrt{۶۹}}{۴}\right)$

$\to \frac{۱۱۸+۱۴\sqrt{۶۹}}{۲}=\boxed{۵۹+۷\sqrt{۶۹}}$

−۷

$\alpha+\beta=۱ \rightarrow a=۱-\beta$

$۴۰\beta^۲+۲۰(۱-\beta)^۲-۲۰\beta=۱۷ \Rightarrow ۴۰\beta^۲+۲۰\beta^۲-۴۰\beta+۲۰-۲۰\beta=۱۷$

$\underbrace{۶۰\beta^۲-۶۰\beta+۳=۰}$

مثلاً

$ax^۲-ax-b=۰ \longrightarrow \boxed{b=-۳} \longrightarrow \underbrace{۶۰a^۲-۶۰a+۳=۰}$

$\boxed{x^۲-x+\frac{۱}{۲۰}}$

اختلاف ریشه ها $= \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = \frac{\sqrt{۱-\frac{۱}{۵}}}{۱} = \sqrt{\frac{۴}{۵}} = \boxed{\frac{۲}{\sqrt{۵}}}$

−۸

ab?

$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}=۲ \rightarrow a^۲+۲a+۱-۴a \rightarrow a^۲-۲a+۱ \rightarrow |(a-۱)|=۲ \rightarrow$

$a=\pm۲+۱ \rightarrow a=۳$ یا $-۱ \longrightarrow$ چون گفته مثبت $\rightarrow \boxed{a=۳}$

$\sqrt{\frac{۹a^۲+۶a+۱-۴b}{۱}}=۲ \longrightarrow ۹a^۲+۶a+۱-۴b=۴ \rightarrow$

$۸۱+۱۸+۱-۴b=۴ \rightarrow \boxed{b=۲۴}$

~~ab ۷۲~~

$۲۴-۳=\boxed{۲۱}$

−۹

$\min \longrightarrow S^۲-۲P \longrightarrow ۱-۲(-۱-m^۲) \longrightarrow ۱+۲+۲m^۲ \rightarrow ۳+۲m^۲ \longrightarrow \underset{\min}{\boxed{m=۰}}$

$\rightarrow \boxed{۳}$

−۱۰

$ax^۲+bx+c$

$(-۵,y)\ (۳,y) \longrightarrow$ طول ext $= \frac{-۵+۳}{۲} = \boxed{-۱} \longrightarrow a(x+۱)^۲+۱$

$ax^۲+۲ax+a+۱ \longrightarrow \alpha^۲+\beta^۲=۵ \rightarrow \left(-\frac{۲a}{a}\right)^۲-۲\left(\frac{a+۱}{a}\right)=۵ \rightarrow ۴-۲\left(۱+\frac{۱}{a}\right)=۵$

$۴-\cancel{۲}-\frac{۲}{a}=۵ \rightarrow \frac{-۲}{a}=۳ \longrightarrow ۳a=-۲ \rightarrow a=\boxed{\frac{-۲}{۳}}$

$a+۱=$ عرض از مبدا $\longrightarrow -\frac{۲}{۳}+۱ \rightarrow \boxed{\frac{۱}{۳}}$

و

$S=\frac{a}{۲}$

$x_۱+x_۲+۱=-\frac{۱}{۲} \Rightarrow x$

$(x_۱+\frac{۱}{۲})(x_۲+\frac{۱}{۲})=۱$

$x_۱x_۲+\frac{۱}{۲}(x_۱+x$

سوال ۶)

$۲x^۲-ax+b=۰$

$x+\frac{۱}{۲}$ و $y+\frac{۱}{۲}$ = ریشه ها

$۲ax^۲+ax-۶=۰$

x و y = ریشه ها

$-\frac{۱}{۲}=x+y$

$\frac{a}{۲}=۱-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \boxed{a=۱}$

$xy=-۳$

$\underbrace{xy}_{-۳}+\frac{۱}{۴}+\underbrace{\frac{۱}{۲}(x+y)}_{-\frac{۱}{۴}}=\frac{b}{۲} \Rightarrow b=\boxed{-۶}$

$\left[\frac{ab}{۴}\right]=\left[\frac{-۶}{۴}\right]=\boxed{-۲}$