

برای دو عدد a و b که رابطه $2a^2 - a + 4 = 0$ را برقرار می‌دهد. اختلاف این دو عدد را بیابید.

$$a = 3b \Rightarrow 4b = \frac{4}{3} \Rightarrow b = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 1$$

$$3b \times b = 3b^2 \Rightarrow 3b^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow b^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow b = \pm \frac{2}{3}$$

$$2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{10}{3} \Rightarrow a_1 = 1 \quad a_1 - a_2 = 1 - (-1) = 2$$

$$b = -\frac{2}{3} \Rightarrow a = -2 \quad -2 - \frac{2}{3} = -\frac{8}{3} \Rightarrow a_2 = -1$$

1

تجمع چند سلسله حسابی که $24n^2 - (m+14)n + 1 = 0$ را برقرار می‌دهد. حاصل آن را بیابید.

$$\sqrt{\frac{1}{a}} + \sqrt{\frac{1}{b}} = a \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} = a \Rightarrow \frac{\sqrt{b} + \sqrt{a}}{\sqrt{ab}} = a \Rightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} = \frac{a}{\frac{1}{\sqrt{ab}}} = a\sqrt{ab}$$

$$ab = \frac{1}{36} \quad a + b = \frac{m+14}{36} \quad a + b + 2\sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{2a}{36} \Rightarrow \frac{m+14}{36} = \frac{2a}{36} - \frac{1}{18} = \frac{12}{36}$$

$$m + 14 = 12 \Rightarrow m = -2$$

$$mn^2 + 4n + 2 = 0 \Rightarrow -n^2 + 4n + 2 = 0 \Rightarrow \frac{c}{a} = -2$$

2

اگر α, β ریشه‌های معادله $4n^2 + kn^2 - 9n - 2 = 0$ باشند و $\alpha\beta = -2$ و $\alpha + \beta = 1$ را داشته باشند.

$$(\alpha + \beta)^2 = 1 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta = 1 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 5 \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha = 2 \\ \beta = -1 \end{array} \right.$$

$$4(-1)^2 + k + 9 - 2 = 0 \Rightarrow k = -3$$

$$4 \times 1 + k - 18 - 2 = 0 \Rightarrow k = -3$$

3

اگر α, β ریشه‌های معادله $n^2 + 4n + a = 0$ باشند و $4\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 15$ و $\alpha < \beta < 0$ داشته باشند.

$$4\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 15 \Rightarrow 2\alpha^2 + \beta^2 = 6\sqrt{2} + \frac{15}{2}$$

$$\frac{a}{r}(\alpha^2 + \beta^2) + \frac{1}{r}(\alpha^2 - \beta^2) \quad \alpha^2 + \beta^2 = 5r - 2p \Rightarrow \frac{3r - 2a}{r}$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = -4(-\sqrt{49 - 4a}) = 4\sqrt{49 - 4a}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{|a|} = a < 0 \Rightarrow -\sqrt{a}$$

$$\frac{a}{r}(\alpha^2 + \beta^2) + \frac{1}{r}(\alpha^2 - \beta^2) \Rightarrow 4 - 5a + 3\sqrt{49 - 4a} = 12\sqrt{2} + 15$$

$$4 - 5a = 15 \Rightarrow a = 1$$

$$3\sqrt{49 - 4a} = 12\sqrt{2} \Rightarrow a = 1$$

4

اگر مجموع دو صوابی که $n^2 - 7n^2 - 4 = 0$ را برقرار می‌دهد، p و q باشند حاصل عبارت $n^2 = t$ را بیابید.

$$t = \frac{7 \pm \sqrt{49}}{2} \Rightarrow t = 7 \text{ یا } 0$$

$$t^2 - 7t - 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 + 16 = 65 \Rightarrow \sqrt{65}$$

$$2pt - 2ps + 2s = 0 \Rightarrow 2pt = \frac{49 + 65 + 14\sqrt{65}}{2} \times 2 = 59 + 7\sqrt{65}$$

5

6

7

9

70

Scanned with CamScanner