شادی حقیقی

۲۰

A

---

①

$3x^2 - ax + 4 = 0$ $\quad \beta \Rightarrow \frac{2}{3} \rightarrow 3\times\frac{4}{9} - \frac{2}{3}a + 4 = 0 \xrightarrow{\times 3} 4 - 2a + 12 = 0$ $\boxed{a = 8}$

$\beta, 3\beta \xrightarrow{\times} 3\beta^2 = \frac{4}{3} \rightarrow \beta = \pm\frac{2}{3}$ $\quad \beta \Rightarrow -\frac{2}{3} \rightarrow 3\times\frac{4}{9} + \frac{2}{3}a + 4 \xrightarrow{\times 3}$ $\boxed{a = -8}$

۵

اختلاف مقادیر = ۱۶

---

②

$36x^2 - (m+14)x + 1 = 0$ $\quad \alpha\beta = \frac{1}{36}$ $\quad \alpha + \beta = \frac{m+14}{36}$

$\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = 5 \rightarrow \frac{\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha\beta}\ \frac{1}{6}} = 5 \quad \frac{5}{6}$

$\rightarrow (\sqrt{\beta}+\sqrt{\alpha})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta}$

۵

$\frac{25}{36} = \boxed{\frac{m+14}{36}} + \frac{12}{36}$

$\frac{13}{36} \rightarrow \boxed{m = -1}$

$mx^2 + 3x + 2 \xrightarrow{m=-1}$ حاصلضرب $= -2$

---

③

$4x^3 + kx^2 - 9x - 2 = 0$ $\quad \alpha + \beta = 1 \quad \alpha\beta = -2$

$x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow x = 2,\ x = -1$

$x = -1 \rightarrow (4\times -1) + k + 9 - 2 = 0$

$-4 + 9 - 2 + k = 0 \rightarrow \boxed{k = -3}$

۵

---

④

$x^2 + 6x + a = 0$ $\quad \alpha < \beta < 0$ $\quad 3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 85$ $\quad a = ?$

از ۳ و ۲ میانگین گرفتم

$3\alpha^2 + 2\beta^2 = 2/5(\alpha^2 + \beta^2) + 0/5(\alpha^2 - \beta^2) \Rightarrow$

$2/5(36 - 2a) + 0/5\left[(-6)(-2\sqrt{9-a})\right] = 6\sqrt{9-a} + 90 - 5a = 12\sqrt{2} + 85$

۵

$-5a + 6\sqrt{9-a} = -5 + 12\sqrt{2} \rightarrow \boxed{a = 1}$

---

⑤

$x^4 - 7x^2 - 5 = 0$ $\quad x^2 = Z$ $\quad S = 0$

$Z^2 - 7Z - 5 = 0 \rightarrow \Delta = 69 \rightarrow Z = \frac{7 \pm \sqrt{69}}{2} \rightarrow x^2 = \frac{7 + \sqrt{69}}{2}$

۵

$x_1 = -\sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}}$

$x_2 = \sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}}$

$P = x_2 x_1 = \frac{7+\sqrt{69}}{2} \rightarrow P^2 = \frac{59 + 7\sqrt{69}}{2} \rightarrow \boxed{2P^2 = 59 + 7\sqrt{69}}$

$2P^2 - 3\times 0 \times P + 0 = 2P^2 \leftarrow S = 0$ چون

۶

$۲x^۲ - ax + b = ۰ \quad (\alpha + \frac{۱}{۲}), (\beta + \frac{۱}{۲})$ ضرب $\to \alpha\beta + \frac{۱}{۲}(\alpha+\beta) + \frac{۱}{۴} = \frac{b}{۲}$

$۲ax^۲ + ax - ۶ = ۰ \quad \alpha, \beta \to \alpha + \beta + ۱ = \frac{a}{۲} \to \boxed{a = ۱}$ $\quad \boxed{b = -۶}$

$\to \alpha\beta = \frac{-۳}{a} = -۳ \,, \alpha + \beta = -\frac{۱}{۲}$

$[\frac{ab}{۴}] = -۲$

د

۷

$a(x^۲ - x) - b = ۰$

$ax^۲ - ax - b = ۰$

$\alpha\beta = \frac{-b}{a} \quad \alpha + \beta = ۱$

$(\alpha+\beta)^۲ = \alpha^۲ + \beta^۲ + ۲\alpha\beta$

$۱ = \alpha^۲ + \beta^۲ - \frac{۲b}{a}$

$۴۰\beta^۲ + ۲۰\alpha^۲ - ۲۰\beta = ۱۷ \xrightarrow{\alpha = ۱ - \beta} ۴۰\beta^۲ + ۲۰ + ۲۰\beta^۲ - ۴۰\beta = ۱۷ \quad ۶۰\beta^۲ - ۶۰\beta + ۳ = ۰$

$a(x^۲ - x) - b = ۰ \xrightarrow{\beta} a(\beta^۲ - \beta) - b = ۰$ د

$a(\frac{-۳}{۶۰}) = b \to \frac{-b}{a} = \frac{۱}{۲۰} = \alpha\beta$

$|\beta - \alpha| = \sqrt{(\alpha+\beta)^۲ - ۴\alpha\beta} = \frac{۴}{۲۵}$

۸

$x^۲ - (a+۱)x + a = ۰ \xrightarrow{\text{جمع ضرایب ۰}} ۱, \alpha \xrightarrow{\text{۳}} ۳ \quad \xrightarrow{\Sigma = ۴} ۴$

$x^۲ - ۴x + ۳$

$P = ۳$

$x^۲ - (۳a + ۱)x + b = ۰$

$x^۲ - ۱۰x + b = ۰ \to \Sigma = ۱۰ \to ۴, ۶ \to b = ۲۴$

$P = ۲۴$

$\Rightarrow ۲۱$ اختلاف

د

۹

$x^۲ + x - ۱ - m^۲ = ۰ \quad \alpha^۲ + \beta^۲ = ?$

$\alpha\beta = -۱ - m^۲$

$\alpha + \beta = -۱ \to (\alpha+\beta)^۲ = \alpha^۲ + \beta^۲ + ۲\alpha\beta$

$۱ = \alpha^۲ + \beta^۲ - ۲ - ۲m^۲ \to \alpha^۲ + \beta^۲ = ۳ + ۲m^۲ \to m = ۰ , ۳$

$\min = ۳$

د

۱۰

$x_S = \frac{x_A + x_B}{۲} = -۱ \quad y = ۱ \quad y = a(x+۱)^۲ + ۱ \to ax^۲ + ۲ax + (a+۱) = ۰$

$\alpha + \beta = -۲ \quad \alpha\beta = \frac{a+۱}{a}$

$\alpha^۲ + \beta^۲ = (\alpha+\beta)^۲ - ۲\alpha\beta = ۵ = ۴ - ۲(\frac{a+۱}{a}) \to a = \frac{-۲}{۳}$

$y = -\frac{۲}{۳}(x+۱)^۲ + ۱ \xrightarrow{\text{برخورد با محور y}} y = -\frac{۲}{۳} + ۱ = \frac{۱}{۳}$

ج