۱۳۰

۲۰

نام و نام خانوادگی الینا علی‌بابایی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۹ کلاس یازدهم ریاضی B

۱

ریشه‌ها : $\beta , 3\beta$

$P = \beta \times 3\beta = 3\beta^2 = \frac{c}{a} = \frac{4}{3} \Longrightarrow \beta = \pm \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} +\frac{2}{3} , +2 \quad -\frac{2}{3} , -2$

$S_1 = -\frac{b}{a} = \frac{\alpha}{3} = \frac{2}{3} + 2 = \frac{8}{3} \Longrightarrow \alpha_1 = 8$

$S_2 = \frac{\alpha}{3} = -\frac{2}{3} - 2 = -\frac{8}{3} \Longrightarrow \alpha_2 = -8$

$\Longrightarrow \boxed{\alpha_1 - \alpha_2 = 16}$

۵

۲

$\alpha , \beta \xrightarrow{\text{ریشه‌های معادله}} \Longrightarrow \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} = 5 = \frac{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha\beta}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 25 = \frac{\alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}}{\alpha\beta}$

$\Longrightarrow 25 = \frac{S+2\sqrt{P}}{P} = \frac{\frac{m+12}{36}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{36}} = m+12+12 = m+24 = 25 \rightarrow m = -1$

$P = \frac{1}{36}$ و $S = \frac{m+12}{36}$

$mx^2+3x+2=0 \xrightarrow{m=-1} -x^2+3x+2=0 \rightarrow P = \frac{c}{a} = \boxed{-2}$

۵

۳

$\alpha\beta = -2$ و $\alpha+\beta = 1 \xrightarrow{\text{برای بدست آوردن } \alpha \text{ و } \beta \text{ یک معادله درجه ۲ تشکیل دادم}} x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x-2)(x+1) = 0$

$x = -1 \quad x = 2$

$\alpha = -1 , \beta = 2$

اگر هر کدام از α و β را در معادله بگذارم باید صدق کند درست

$\Longrightarrow 4(-1)^3 + k(-1)^2 - 9(-1) - 2 = 0$

$\Longrightarrow -4 + k + 9 - 2 = 0 \longrightarrow \boxed{k = -3}$

۵

۴

$3\alpha^2+2\beta^2 = 2.5\alpha^2+2.5\beta^2+0.5\alpha^2-0.5\beta^2 \Longrightarrow \frac{5}{2}(\alpha^2+\beta^2) + \frac{1}{2}(\alpha^2-\beta^2)$

$\alpha^2+\beta^2 = S^2 - 2P \xrightarrow[P=a]{S=6} 36 - 2a$ (1)

$\alpha^2-\beta^2 = (\alpha+\beta)\underbrace{(\alpha-\beta)}_{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} \Rightarrow \alpha<\beta \Rightarrow -\sqrt{\Delta}} = -6(-\sqrt{36-4a}) = 6\sqrt{36-4a}$ (2)

$\frac{5}{2}(\alpha^2+\beta^2)+\frac{1}{2}(\alpha^2-\beta^2) \xrightarrow{(1),(2)} 90 - 5a + 3\sqrt{36-4a} = 12\sqrt{2} + 85 \Longrightarrow$

$90 - 5a = 85 \Rightarrow a = 1$

$3\sqrt{36-4a} = 12\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{a = 1}$

۵

۵

$x^4 - 7x^2 - 5 = 0 \xrightarrow{x^2=t} t^2 - 7t - 5 = 0 \rightarrow t = \frac{7 \pm \sqrt{49+20}}{2}$

$\frac{7+\sqrt{69}}{2} = x^2$ ق

$\frac{7-\sqrt{69}}{2} = x^2$ غ ق

$\frac{7+\sqrt{69}}{2} = x^2 \longrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{7+\sqrt{69}}{2}} \longrightarrow S = 0$

$P = -\frac{7+\sqrt{69}}{2}$

$2P^2 - 3SP + 2S \xrightarrow{S=0} 2P^2 = 2 \times \left(\frac{7+\sqrt{69}}{2}\right)^2 = 2\left(\frac{\overset{118}{49+69}+14\sqrt{69}}{4}\right) = \boxed{59+7\sqrt{69}}$

۵

$2ax^2 + ax - 6 = 0 \xrightarrow[\text{ریشه‌های معادله}]{\alpha , \beta} \alpha + \beta = -\frac{1}{2}$

$\alpha\beta = \frac{-6}{2a} = -\frac{3}{a} \Longrightarrow \alpha\beta = 3$

$\alpha+\frac{1}{2} , \beta+\frac{1}{2} \xrightarrow[\text{معادله } 2x^2-ax+b]{\text{ریشه‌های}} \alpha+\frac{1}{2}+\beta+\frac{1}{2} = \alpha+\beta+1 \xrightarrow{\alpha+\beta=-\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = S = \frac{-a}{2} \to \boxed{a=-1}$ ۶

۴

$(\alpha+\frac{1}{2})\times(\beta+\frac{1}{2}) = P = \frac{b}{2} = \underbrace{\alpha\beta}_{3} + \frac{1}{2}\underbrace{(\alpha+\beta)}_{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{4} = 3 \to \boxed{b=6}$

$\left[\frac{ab}{4}\right] = \left[\frac{6\times -1}{4}\right] = \boxed{-2}$

$ax^2 - ax - b = 0 \xrightarrow{\text{ریشه‌ها } \alpha,\beta} a\alpha^2 - a\alpha - b = 0$ $\quad S = 1$

$a\beta^2 - a\beta - b = 0 \Longrightarrow \beta^2 - \beta = \frac{b}{a} \quad P = -\frac{b}{a}$

$40\beta^2 + 20\alpha^2 - 20\beta = 20\beta^2 + 20\alpha^2 + 20\beta^2 - 20\beta = 20(S^2 - 2P) + 20(\beta^2 - \beta)$ ۷

$\Longrightarrow 20(1 + \frac{2b}{a}) + 20(\frac{b}{a}) = 20 + 40\frac{b}{a} + 20\frac{b}{a} = 20 + 60\frac{b}{a} = 17$

۲

$\frac{b}{a} = -\frac{1}{20} \to b = -\frac{1}{20}a \to \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^2+4ab}}{|a|} = \frac{\sqrt{a^2-\frac{a^2}{5}}}{|a|} = \frac{|a|\sqrt{\frac{4}{5}}}{|a|} = \boxed{\frac{2}{\sqrt{5}}}$

$x^2 - (a+1)x + a = 0 \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} 2k-1 , 2k+1 \ (k\in\mathbb{N}) \to 4k = a+1$

$x^2 - (3a+1)x + b = 0 \xrightarrow{\text{ریشه‌ها}} 2k' , 2k'+2 \ (k'\in\mathbb{N}) \quad a = 4k^2 - 1$ $\Rightarrow 4k^2 - 1 + 1 = 4k$

$4k^2 - 4k = 0$

$4k(k-1) = 0$ $\quad k = 0$ غ‌ق‌ق $\quad \boxed{k=1}$ ۸

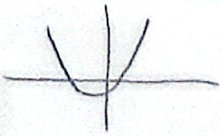
۲

پس ریشه‌های معادله‌ی اول ۱ و ۳ است و حاصل ضرب آن‌ها $\boxed{3}$ است و $a = 3$

$S_2 = 3a+1 \xrightarrow{a=3} S_2 = 10 = 4k'+2 \to k' = 2 \xrightarrow[\text{معادله دوم}]{\text{ریشه‌های}} 4 , 6 \xrightarrow[\text{آن‌ها}]{\text{حاصل ضرب}} \boxed{24}$

$24 - 3 = \boxed{21}$

$x^2 + x \underbrace{-1-m^2}_{\text{همواره منفی}} = 0 \to S < 0 , \ P < 0$



$S = -1$

$P = -1 - m^2$

$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 1 - 2P \xrightarrow[\text{مقدار ممکن باید}]{\text{پس P بیشترین}}$ باشد $\quad \max \left| -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-4}{-4} = -1 \right.$ ۹

۲

$P_{max} = -1 \Rightarrow 1 - 2(-1) = \boxed{3}$

$A(3, y) , B(-5, y) \Longrightarrow$ طول رأس $= \frac{3-5}{2} = -1$

عرض رأس $= 1$ $\Longrightarrow y = a\underbrace{(x+1)^2}_{x^2+1+2x} + 1$

$y = ax^2 + 2ax + a + 1$

$\Downarrow$

$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = 4 - 2(\frac{a+1}{a}) = 5$ $\quad S = -2 \quad P = \frac{a+1}{a}$ ۱۰

۲

$\frac{a+1}{a} = -\frac{1}{2} \Longrightarrow -2a - 2 = a \to a = -\frac{2}{3} \xrightarrow{\text{محور yها}}$

را در نقطه‌ای با عرض $1 - \frac{2}{3}$ قطع می‌کند که $\boxed{\frac{1}{3}}$ است