* حنانه موسوی * تکلیف شماره‌ی ۲ * یازدهم دختر B

①

$\frac{1}{x-1} = |x-1|$

$\frac{1}{x-1} = x-1$

$x^2+1-2x = 1 \rightarrow$ یک ریشه دارد $x=2$

$x(x-2)=0$ → 0 یا $x=2$

0 غ ق ق ← باید از ۱ بزرگتر باشد

$\frac{1}{x-1} = 1-x$

$-x^2+2x-2=0$

$\Delta<0$ ریشه ندارد

②

الف) $\left|\frac{2x-1}{x}\right|<2 \rightarrow |2x-1| < 2|x| \rightarrow (2x-1)^2 < 4x^2 \rightarrow 4x^2+1-4x < 4x^2$

$-4x+1<0 \rightarrow x>\frac{1}{4}$ → مجموعه جواب ← $\left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$

ب) $\left|\frac{x-2}{2x+1}\right|>1 \rightarrow |x-2| > |2x+1| \rightarrow (x-2)^2 > (2x+1)^2 \rightarrow x^2+4-4x > 4x^2+1+4x$

$\rightarrow 3x^2+8x-3<0 \rightarrow x=-3, +\frac{1}{3}$, $2x+1\neq 0 \rightarrow x\neq -\frac{1}{2}$ ← جواب ← $\left(-3,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$

یا $-3<x<\frac{1}{3}, x\neq -\frac{1}{2}$

③

$x^2<|x+6| \rightarrow |x-\alpha|<\beta$

$x+6>x^2 \rightarrow x^2-x-6<0 \rightarrow x=3, -2$; -2 , 3 : $+ \quad - \quad +$ $\rightarrow (-2,3)$

$x+6 < -x^2 \Rightarrow x^2+x+6=0 \rightarrow x=$ غ ق ق ← $\Delta<0$, فاقد ریشه ← همیشه مثبت

$-2<x<3$ $\quad -\frac{5}{2}<x-\frac{1}{2}<\frac{5}{2} \rightarrow \left|x-\frac{1}{2}\right| < \frac{5}{2} \longrightarrow \alpha=\frac{1}{2}$

④

$x<-1 \rightarrow y = -(x+1)+2x-(x-2)=1 \qquad x=-1 \rightarrow y=-2+3=1$

$-1<x<0 \rightarrow y=(x+1)+2x-(x-2)=2x+3 \qquad x=0 \rightarrow y=1+2=3$

$0<x<2 \rightarrow y=(x+1)-2x-(x-2)=-2x+3 \qquad x=2 \rightarrow y=3-4=-1$

$x>2 \rightarrow y=(x+1)-2x+(x-2)=-1 \qquad \Longrightarrow max+min=3-1=2$

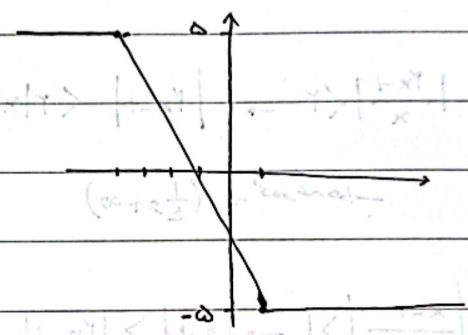
۵) $y=\left|\frac{x}{2}\right|-2 \to y=\left|\frac{x+4}{2}\right|-2+1=\left|\frac{x+4}{2}\right|-1 \to \left|\frac{x}{2}\right|-2=\left|\frac{x+4}{2}\right|-1$

$\left|\frac{x}{2}\right|=\left|\frac{x+4}{2}\right|+1 \to |x|=|x+4|+1$ $\qquad x\geq 0 \to x=x+4+2 \to$ غ‌ق‌ق $\to 0\neq 6$

$x<-4 \to -x=-(x+4)+2 \to 0\neq 2$ $\qquad -4\leq x<0 \to -x=x+4+2 \to \boxed{x=-3}$ محل برخورد

۶) الف) $f(x)=\left[\,|-x+1|-|x+4|\,\right]$

$|1-x|-|x+4| \to$ (1 ، -4): $5 \;\big|_{-4}\; -2x-3 \;\big|_{1}\; -5$



چون در براکت $\to R_{الف}=\{-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$

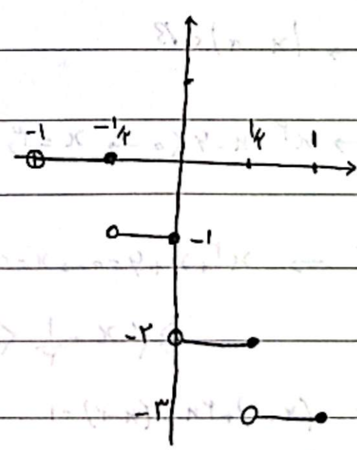
ب) $f(x)=\frac{1}{x}-\left[\frac{x+1}{x}\right] \to \frac{1}{x}-\left[1+\frac{1}{x}\right] \to \underbrace{\frac{1}{x}-\left[\frac{1}{x}\right]}_{0\leq a<1}-1 \to R_{ب}=[-1,0)$

۷) الف) $y=[-2x]-1 \qquad x\in(-1,1)$

$-2<-2x<-1 \to -3 \qquad 1>x>\frac{1}{2}$

$-1<-2x<0 \to -2 \qquad \frac{1}{2}\geq x>0$

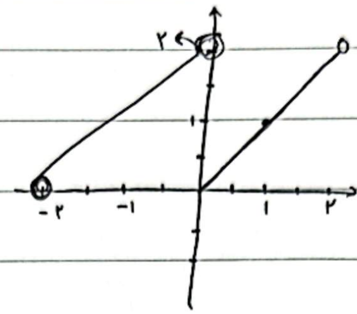
$0\leq -2x<1 \to -1 \qquad 0\geq x>-\frac{1}{2}$



ب) $y = x - ۲\left[\frac{x}{۲}\right]$ $\quad x \in (-۲,۲)$

$-۲ < x < ۰ \to y = x - ۲(-۱) = x + ۲$

$۰ \leq x < ۲ \to y = x - ۲(۰) = x$



⑧ الف) $y = [\,||x| - ۱|\,]$ $\quad x \in [-۲,۲]$

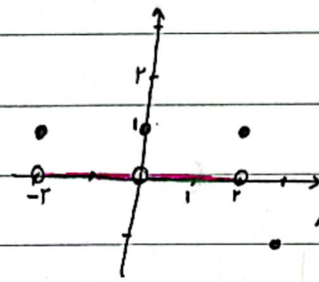
$x = -۲ \to y = ۱$ $\qquad ۰ < x \leq ۱ \to y = ۰$

$-۲ < x \leq -۱ \to y = ۰$ $\qquad ۱ \leq x < ۲ \to y = ۰$

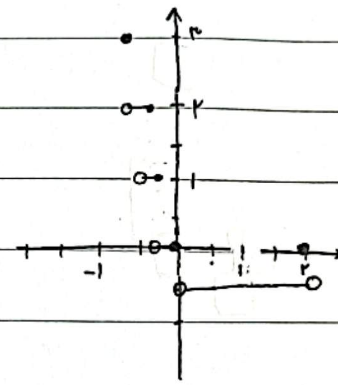
$x = ۲ \Rightarrow y = ۱$

$-۱ < x < ۰ \to y = ۰$

$x = ۰ \to y = ۱$



ب) $y = [x^۲ - ۲x]$, $x \in [-۱,۲]$



⑨

$b - [a] = ۲/۴$

$a + [b] = ۴/۲$ $\longrightarrow ۲b = ۶/۶ + ۰/۲ = ۶/۸ \to b = ۳/۴ \,,\, a = ۱/۲$

$a + (b - ۰/۴) = ۴/۲$

$b - (a - ۰/۲) = ۲/۴$ $\longrightarrow a + b = ۱/۲ + ۳/۴ = ۴/۶$

⑩

$(۱+\sqrt{۲})^۶ + (۱-\sqrt{۲})^۶ = ۱۹۸$

$(۱+\sqrt{۲})^۶ = ۱۹۸ - (۱-\sqrt{۲})^۶ \longrightarrow -۱ < ۱-\sqrt{۲} < ۰ \longrightarrow ۰ < (۱-\sqrt{۲})^۶ < ۱$

$[(۱+\sqrt{۲})^۶] = [۱۹۸ - ۰/\ldots] = ۱۹۷$