

(تکلیف ۲۰)

(فاطمه شکرانی)

۲۰

(بازدهم دفتر B)

$$\frac{1}{x-1} = |x-1|$$

$\frac{1}{x-1} = 1-x$ $-x^2 + 2x - 2 = 0$ $\Delta < 0$ ریشه ندارد	$\frac{1}{x-1} = x-1$ $x^2 - 2x = 0$ $x(x-2) = 0$ $x = 0$ یا $x = 2$ فقط $x = 2$ دارد
--	---

۵

الف) $\left| \frac{2x-1}{x} \right| < 2$ $|x-1| < 2|x|$ $(2x-1)^2 < 4x^2$ $4x^2 - 4x + 1 < 4x^2$ $-4x + 1 < 0$

$x > \frac{1}{4}$ و $x \neq 0$ $\rightarrow \left(\frac{1}{4}, +\infty \right)$

ب) $\left| \frac{x-2}{2x+1} \right| > 1$ $|x-2| > |2x+1|$ $(x-2)^2 > (2x+1)^2$ $x^2 - 4x + 4 > 4x^2 + 4x + 1$ $3x^2 + 8x - 3 < 0$ $x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 36}}{6}$ $x = \frac{-8 \pm 10}{6}$ $x = \frac{2}{3}$ یا $x = -3$

$\rightarrow \left(-3, \frac{2}{3} \right)$

$2x+1 \neq 0 \rightarrow x \neq -\frac{1}{2}$

$\textcircled{1} \cup \textcircled{2} = \left(-3, -\frac{1}{2} \right) \cup \left(\frac{2}{3}, +\infty \right)$

مسئله جواب $x^2 < |x+9|$ را به صورت $|x-\alpha| < \beta$ بنویسید و پاسخ دهید.

$x+9 > x^2 \rightarrow x^2 - x - 9 < 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{37}}{2}$ $x = -3 \rightarrow \frac{-3+9}{2} = 3$ $\rightarrow (-3, 3)$

$x+9 < -x^2 \rightarrow x^2 + x + 9 < 0 \rightarrow \Delta < 0$ ریشه ندارد $\rightarrow$ هیچ جوابی ندارد

$-3 < x < 3$

$-\frac{5}{2} < x - \frac{1}{2} < \frac{5}{2}$

$|x - \frac{1}{2}| < \frac{5}{2}$

$\alpha = \frac{1}{2}$

۵

۳

$x < -1 \rightarrow y = -(x+1) + 2x - (x-2) = 1$ $y = |x+1| - |2x| + |x-2|$ $\min, \max$ بیابید

$x = -1 \rightarrow y = -2 + 2 = 0$

$-1 < x < 0 \rightarrow y = (x+1) + 2x - (x-2) = 2x + 3$

$x = 0 \rightarrow y = 1 + 2 = 3$

$0 < x < 2 \rightarrow y = (x+1) - 2x - (x-2) = -2x + 3$

$x = 2 \rightarrow y = 3 - 4 = -1$

$x > 2 \rightarrow y = (x+1) - 2x + (x-2) = -1$

$\max + \min = 3 - 1 = 2$

۵

۴

مسئله: سه طرف یک مثلث متساوی الساقین را به طول ۴ واحد و یک طرف دیگر را به طول ۲ واحد برداریم. مساحت آن را بیابید.

$y = \left| \frac{x}{2} \right| - 2 \rightarrow y = \left| \frac{x+4}{2} \right| - 2 + 1 = \left| \frac{x+4}{2} \right| - 1$

$\left| \frac{x}{2} \right| - 2 = \left| \frac{x+4}{2} \right| - 1$

$y = \left| \frac{x}{2} \right| - 2$

$\left| \frac{x}{2} \right| = \left| \frac{x+4}{2} \right| + 1$

$|x| = |x+4| + 2$

$x \geq 0 \rightarrow x = x+4+2 \rightarrow 0 = 6$ $\times$

$-4 \leq x < 0 \rightarrow -x = x+4+2 \rightarrow x = -3$ $\checkmark$

$x < -4 \rightarrow -x = -(x+4) + 2 \rightarrow 0 = -2$ $\times$

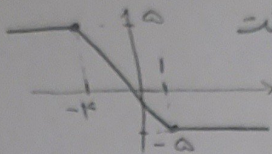
۵

۵

طول یک طرف ۳ واحد

الف) $f(x) = [|1-x| - |x+4|]$

$x \quad | \quad 1 \quad -4 \quad -5 \quad 2$
 $y \quad | \quad -5 \quad 5 \quad 5 \quad -5$



با در نظر گرفتن

$R = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

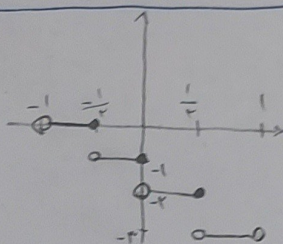
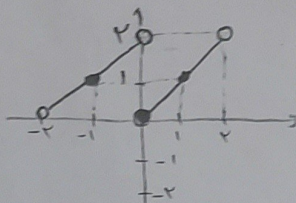
ب) $f(x) = \frac{1}{x} - \left[\frac{x+1}{x} \right] = \frac{1}{x} - \left[1 + \frac{1}{x} \right] = \frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x} \right] - 1 \Rightarrow R = [-1, 0)$

5

6

الف) $y = \left[-\frac{x}{2} \right] - 1 \quad x \in (-1, 1)$

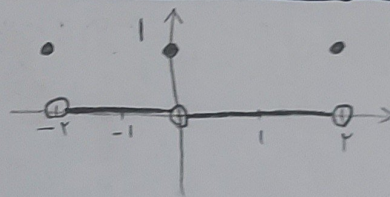
$-1 < x \leq -\frac{1}{2} \rightarrow y = 1 - 1 = 0$
 $-\frac{1}{2} < x \leq 0 \rightarrow y = 0 - 1 = -1$
 $0 < x \leq \frac{1}{2} \rightarrow y = -1 - 1 = -2$
 $\frac{1}{2} < x < 1 \rightarrow y = -2 - 1 = -3$
ب) $y = x - 2 \left[\frac{x}{2} \right] \quad x \in (-2, 2)$
 $-2 < x < 0 \rightarrow y = x - 2(-1) = x + 2$
 $0 \leq x < 2 \rightarrow y = x - 2(0) = x$



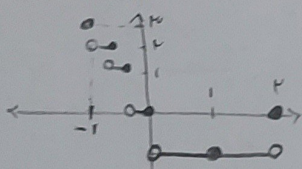
5

7

الف) $y = [|x| - 1] \quad x \in [-2, 2]$



ب) $y = [x^2 - 2x] \quad x \in [-1, 2]$



5

8

$a + (b - 0,4) = 1,2$
 $b - (a - 0,2) = 1,4$
 $a + b = 1,2 + 1,4 = 2,6$

؟ $a+b$ حاصل $b - [a] = 1,4$ ، $a + [b] = 1,2$
 $2b = 1,4 + 0,2 = 1,6 \rightarrow b = 0,8 \quad a = 0,4$

5

9

نمر $(1+\sqrt{2})^4 + (1-\sqrt{2})^4 = 198$ ، جز مضاعف در $(1+\sqrt{2})^4$ را بیابید ؟
 $(1+\sqrt{2})^4 + (1-\sqrt{2})^4 = 198$
 $(1+\sqrt{2})^4 = 198 - (1-\sqrt{2})^4$
 $-1 < 1-\sqrt{2} < 0 \rightarrow 0 < (1-\sqrt{2})^4 < 1 \quad [(1+\sqrt{2})^4] = [198 - 0,999] = 197$

5

10