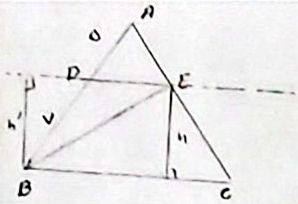
نام و نام خانوادگی ......ثمین امیری................ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...(۲۲)... کلاس ...یازدهم تجربی..(۵)......

۱۹

۱

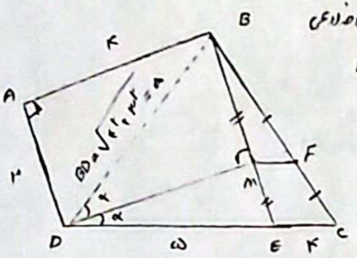


ارتفاع‌های h و h' ارتفاع‌های دو مثلث $\overset{\triangle}{BEC}$ و $\overset{\triangle}{BDE}$ هستند و چون فاصله‌ی دو خط موازی DE و BC ثابت است، $h = h'$ پس نسبت مساحت این دو مثلث نسبت قاعده‌ها است.

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{BDE}}}{S_{\overset{\triangle}{BEC}}} = \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{BEC}}}{S_{\overset{\triangle}{BDE}}} = \frac{12}{5}$$

۲

۲



با توجه به شکل مقابل چون DM∥AB و AD∥BM است پس چهارضلعی ABMD متوازی الاضلاع است و یک زاویه‌ی قائمه دارد پس مستطیل است، $\hat{M} = 90^\circ$ و $DM = AB = 4$ ، $BM = AD = 3$

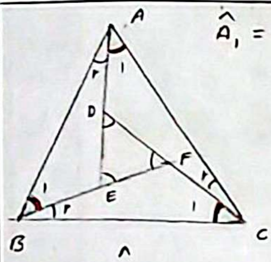
از طرفی چون در مثلث $\overset{\triangle}{BCD}$ ، DM ارتفاع و نیمساز است. پس $\overset{\triangle}{DCB}$ متساوی الساقین است و DM میانه نیز محسوب می‌شود. همچنین: $DE = BD = 5$ ، $EC = CD - DE = 9 - 5 = 4$

از طرفی نقطه‌ی F را وسط BC فرض می‌کنیم. حال داریم: $\frac{BM}{ME} = \frac{BF}{FC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} MF \parallel EC$

$$MF \parallel EC \xrightarrow{\text{قضیه‌ی تالس}} \frac{BM}{BE} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{2} = \frac{MF}{\cancel{EC}_{4}} \Rightarrow MF = 2$$

۲

۳



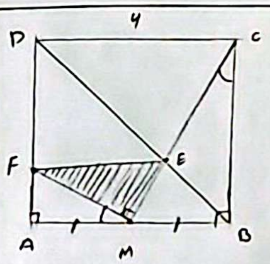
$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = \alpha$$

$$\left.\begin{aligned}\hat{A}_1 + \hat{C}_2 &= \hat{D} = \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{C}\\ \hat{C}_1 + \hat{B}_2 &= \hat{F} = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{B}\\ \hat{B}_1 + \hat{A}_2 &= \hat{E} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{A}\end{aligned}\right. \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF} \Rightarrow \frac{DF}{BC} = \frac{EF}{AB}$$

$$\longrightarrow \frac{2/5}{8} = \frac{3}{AB} \to AB = \frac{240}{25} = \frac{48}{5}$$

۲

۴



$$\left.\begin{aligned}\hat{C} &= \hat{M}\\ \hat{B} &= \hat{A} = 90^\circ\end{aligned}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{AMF} \sim \overset{\triangle}{MCB} \to \frac{AF}{MB} = \frac{AM}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \frac{AF}{3} \to AF = \frac{3}{2}$$

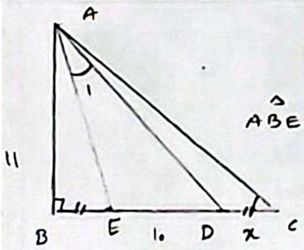
$$\to FM^2 = AF^2 + AM^2 = \frac{9}{4} + 9 = \frac{9+36}{4} = \frac{45}{4} \Rightarrow FM = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$\to MC^2 = MB^2 + BC^2 = 9 + 36 = 45 \to MC = 3\sqrt{5}$$

$$BD \to \hat{B}\ \text{نیمساز} \Rightarrow \frac{ME}{EC} = \frac{MB}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow ME = \frac{1}{3} MC = \sqrt{5} \to S_{\overset{\triangle}{FEM}} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{4}$$

۲

۵

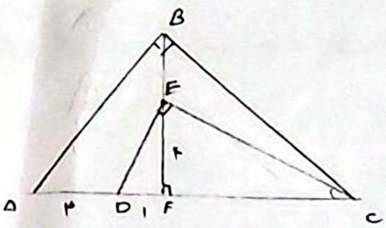
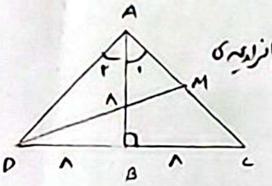
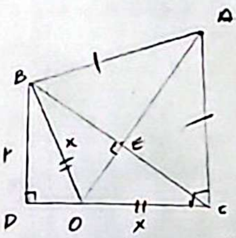
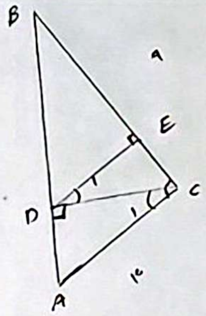
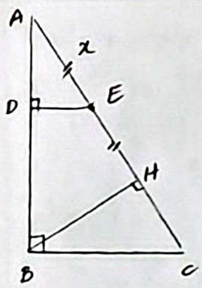


$$\left.\begin{aligned}\hat{A}_1 &= \hat{C}\\ \hat{E} &\to \text{مشترک}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{AED} \sim \overset{\triangle}{AEC} \Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{EC}{AE} \Rightarrow AE^2 = 10\,(10 + x)$$

$$\overset{\triangle}{ABE} \longrightarrow AE^2 = BE^2 + 11^2 = x^2 + 121 \Rightarrow x^2 + 121 = 100 + 10x$$

$$\to x^2 - 10x + 21 = (x-3)(x-7) \to x = 3,\ x = 7$$

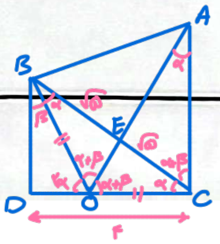
۲

 $\triangle DEC$: $EF^۲ = DF \times FC \Rightarrow ۱۶ = ۱ \times FC \to FC = ۱۶$ $\to AC = ۳+۱+۱۶ = ۲۰$ $\triangle BAC$: $BC^۲ = CF \times AC = ۱۶ \times ۲۰ \to BC = ۸\sqrt{۵}$ (۲)	۶
 در مثلث متساوی‌الساقین میانه‌ی وارد بر قاعده، ارتفاع نیز است. یعنی $\triangle ABC$ ، $\triangle ABD$ مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین هستند پس اندازه‌ی زوایای $\hat{A}_۱ , \hat{A}_۲$ هرکدام ۴۵° است یعنی $\hat{A} = ۹۰^\circ$ (۲) $\triangle ADM$: $DM^۲ = AM^۲ + AD^۲ \to AD = AC = \sqrt{۸^۲ + ۸^۲} = ۸\sqrt{۲} \Rightarrow AM = ۴\sqrt{۲}$ $\to DM^۲ = ۳۲ + ۱۲۸ = ۱۶۰ \to DM = ۴\sqrt{۱۰}$	۷
 $\triangle BOD$: $BO^۲ = BD^۲ + DO^۲ \Rightarrow x^۲ = ۴ + (۴-x)^۲ = ۴ + ۱۶ - ۸x + x^۲$ $\to ۸x = ۲۰ \to x = \frac{۲۰}{۸} = \frac{۵}{۲}$ $\triangle BDC$: $BD^۲ + CD^۲ = BC^۲ \Rightarrow ۴ + ۱۶ = ۲۰ \to BC = ۲\sqrt{۵}$ (۱) چون $OB = OC$ ، $BC \perp AE$ ← پس AE عمودمنصف است، $\sqrt{۵} = BE = EC$ $\triangle BEO$: $BO^۲ = OE^۲ + BE^۲ \Rightarrow \frac{۲۵}{۴} = OE^۲ + ۵ \to OE = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$ AE ← عمودمنصف : $AB = AC$ ، $BO = OC$ ، AO مشترک $\Rightarrow \triangle ABO \cong \triangle ACO \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = ۹۰^\circ$ $\triangle ABO$: $BE^۲ = OE \times AE \to ۵ = \frac{\sqrt{۵}}{۲} \times AE \to \cancel{AE = ۴} \to S_{ABE} = \frac{۴ \times \sqrt{۵}}{۲} = ۲\sqrt{۵}$	۸
 $AB^۲ = AC^۲ + BC^۲ = ۹ + ۸۱ = ۹۰ \to AB = ۳\sqrt{۱۰}$ $\to CD \times AB = BC \times AC \Rightarrow CD \times ۳\sqrt{۱۰} = ۲۷ \to CD = \frac{۹}{\sqrt{۱۰}}$ $DE \perp BC , AC \perp BC \Rightarrow DE \parallel AC \to \hat{D}_۱ = \hat{C}_۱$ ، $\hat{E} = \hat{D} = ۹۰$ $\Rightarrow \triangle ECD \sim \triangle ACD$ (۲) $\Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{CD}{DE} \to CD^۲ = AC \times DE = ۳ \times DE = \frac{۸۱}{۱۰} \to DE = \frac{۲۷}{۱۰}$ $\frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC} = \frac{\frac{۲۷}{۱۰}}{۳} = \frac{۹}{۱۰} = \frac{BE}{۹} \to BE = \frac{۸۱}{۱۰}$	۹
 $AB^۲ = AH \times AC = ۲x \times AC$ $BC^۲ = CH \times AC = (AC - ۲x) \times AC$ $\to \frac{AB^۲}{BC^۲} = \frac{۱۶^۲}{۱۲^۲} = \frac{۱۶ \times ۱۶}{۱۲ \times ۱۲} = \frac{۱۶}{۹} = \frac{۲x}{AC - ۲x}$ $\to ۱۶AC - ۳۲x = ۱۸x \to ۱۶AC = ۵۰x \to \frac{x}{AC} = \frac{۱۶}{۵۰} = \frac{DE}{BC} = \frac{DE}{۱۲}$ (۲) $\to DE = \frac{۱۲ \times ۱۶}{۵۰} = \frac{۹۶}{۲۵}$	۱۰

$۲\alpha + \beta = ۹۰^\circ$

$BD^۲ + DC^۲ = BC^۲ \to BC = ۲\sqrt{۵} = ۲BE = ۲EC$

$\to BE = EC = \sqrt{۵}$



۱۸

$\frac{۲}{\sqrt{۵}} = \frac{۴}{AE} = \frac{۲\sqrt{۵}}{۵} \to AE = ۲\sqrt{۵}$

$S_{ABE} = \frac{۱}{۲} AE \times BE = ۵$