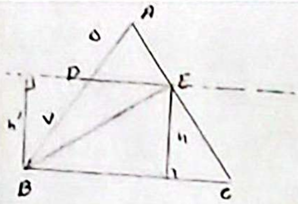
نام و نام خانوادگی ......ثمین امینی.......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...(۲۲)... کلاس ....یازدهم تجربی (۵)......

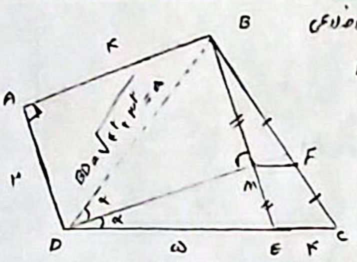
۱



ارتفاع‌های h و h'، ارتفاع‌های دو مثلث $\widehat{BEC}$ و $\widehat{BDE}$ هستند و چون فاصله‌ی دو خط موازی DE و BC ثابت است، $h = h'$ پس نسبت مساحت این دو مثلث نسبت قاعده‌ها است.

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{BDE}}}{S_{\overset{\triangle}{BEC}}} = \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{5}{13} \Rightarrow \frac{S_{\overset{\triangle}{BEC}}}{S_{\overset{\triangle}{BDE}}} = \frac{13}{5}$$

۲



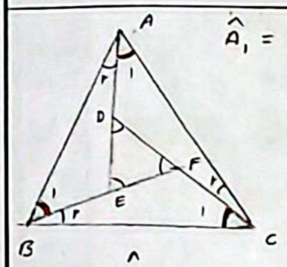
با توجه به شکل مقابل چون $DM \parallel AB$ و $AD \parallel BM$ است پس چهارضلعی $ABMD$ متوازی‌الاضلاع است که یک زاویه‌ی قائمه دارد پس مستطیل است، $\hat{M} = 90^\circ$ و $DM = AB = 4$ ، $BM = AD = 3$

از طرفی چون در مثلث $\widehat{BCD}$ ، DM ارتفاع و نیمساز است. پس $\widehat{DCB}$ متساوی‌الساقین است و DM میانه نیز محسوب می‌شود. همچنین: $DE = BD = 5$ ، $EC = CD - DE = 9 - 5 = 4$

از طرفی نقطه‌ی F را وسط BC فرض می‌کنیم. حال داریم: $\frac{BM}{ME} = \frac{BF}{FC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیه‌ی تالس}} MF \parallel EC$

$$MF \parallel EC \xrightarrow{\text{قضیه‌ی تالس}} \frac{BM}{BE} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{2} = \frac{MF}{\underset{4}{EC}} \Rightarrow MF = 2$$

۳

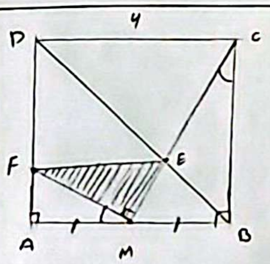


$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = \alpha$$

$$\left.\begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{C}_2 = \hat{D} = \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = \hat{C} \\ \hat{C}_1 + \hat{B}_2 = \hat{F} = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{B} \\ \hat{B}_1 + \hat{A}_2 = \hat{E} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{A} \end{array}\right. \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF} \Rightarrow \frac{DF}{BC} = \frac{EF}{AB}$$

$$\rightarrow \frac{2{,}5}{8} = \frac{3}{AB} \rightarrow AB = \frac{240}{25} = \frac{48}{5}$$

۴



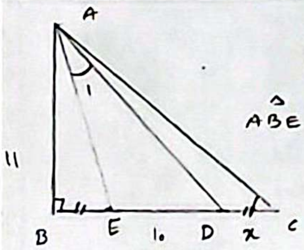
$$\left.\begin{array}{l} \hat{C} = \hat{M} \\ \hat{B} = \hat{A} = 90^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{AMF} \sim \overset{\triangle}{MCB} \rightarrow \frac{AF}{MB} = \frac{AM}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \frac{AF}{3} \rightarrow AF = \frac{3}{2}$$

$$\rightarrow FM^2 = AF^2 + AM^2 = \frac{9}{4} + 9 = \frac{9+36}{4} = \frac{45}{4} \Rightarrow FM = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$\rightarrow MC^2 = MB^2 + BC^2 = 9 + 36 = 45 \rightarrow MC = 3\sqrt{5}$$

$$BD \rightarrow \hat{B}\ \text{نیمساز} \Rightarrow \frac{ME}{EC} = \frac{MB}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow ME = \frac{1}{3}MC = \sqrt{5} \rightarrow S_{\overset{\triangle}{FEM}} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{15}{4}$$

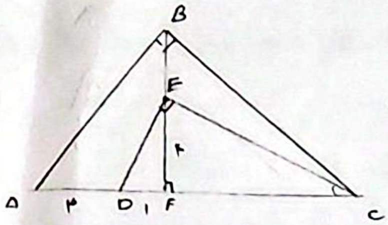
۵



$$\left.\begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C} \\ \hat{E} \rightarrow \text{مشترک} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{AED} \sim \overset{\triangle}{AEC} \Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{EC}{AE} \Rightarrow AE^2 = 10\,(10 + x)$$

$$\overset{\triangle}{ABE} \rightarrow AE^2 = BE^2 + 11^2 = x^2 + 121 \Rightarrow x^2 + 121 = 100 + 10x$$

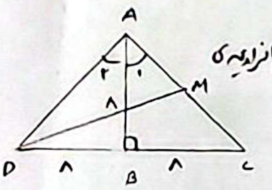
$$\rightarrow x^2 - 10x + 21 = (x-3)(x-7) \rightarrow x = 3,\ x = 7$$



$\overset{\triangle}{DEC}$: $EF^{۲} = DF \times FC \Rightarrow ۱۶ = ۱ \times FC \to FC = ۱۶$

$\longrightarrow AC = ۳ + ۱ + ۱۶ = ۲۰$

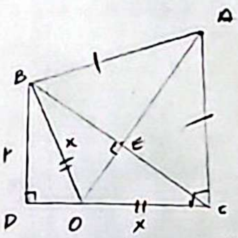
$\overset{\triangle}{BAC}$: $BC^{۲} = CF \times AC = ۱۶ \times ۲۰ \to BC = ۸\sqrt{۵}$ ۶



در مثلث متساوی الساقین میانه‌ی وارد بر قاعده، ارتفاع نیز است. یعنی $\overset{\triangle}{ABC}$, $\overset{\triangle}{ABD}$ مثلث های قائم الزاویه ی متساوی الساقین هستند پس اندازه ی زوایای $\hat{A}_۱ , \hat{A}_۲$ هر کدام ۴۵° است یعنی $\hat{A} = ۹۰^\circ$ ۷

$\overset{\triangle}{ADM}$: $DM^{۲} = AM^{۲} + AD^{۲} \to AD = AC = \sqrt{۸^{۲} + ۸^{۲}} = ۸\sqrt{۲} \Rightarrow AM = ۴\sqrt{۲}$

$\to DM^{۲} = ۳۲ + ۱۲۸ = ۱۶۰ \to DM = ۴\sqrt{۱۰}$



$\overset{\triangle}{BOD}$: $BO^{۲} = BD^{۲} + DO^{۲} \Rightarrow x^{۲} = ۴ + (۴ - x)^{۲} = ۴ + ۱۶ - ۸x + x^{۲}$

$\longrightarrow ۸x = ۲۰ \to x = \frac{۲۰}{۸} = \frac{۵}{۲}$

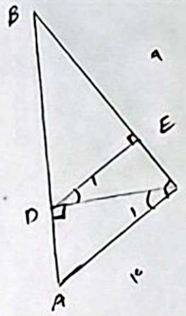
$\overset{\triangle}{BDC}$: $BD^{۲} + CD^{۲} = BC^{۲} \Rightarrow ۴ + ۱۶ = ۲۰ \to BC = ۲\sqrt{۵}$ ۸

چون $OB = OC$, $BC \perp AE$ ← پس AE عمود منصف است , $\sqrt{۵} = BE = EC$

$\overset{\triangle}{BEO}$: $BO^{۲} = OE^{۲} + BE^{۲} \Rightarrow \frac{۲۵}{۴} = OE^{۲} + ۵ \to OE = \frac{\sqrt{۵}}{۲}$

$AE \to$ عمود منصف : $AB = AC$, $BO = OC$, AO مشترک $\Rightarrow \overset{\triangle}{ABO} \cong \overset{\triangle}{ACO} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = ۹۰^\circ$

$\overset{\triangle}{ABO}$: $BE^{۲} = OE \times AE \to ۵ = \frac{۵}{۴} \times AE \to AE = ۴ \to S_{\overset{\triangle}{ABE}} = \frac{۴ \times \sqrt{۵}}{۲} = ۲\sqrt{۵}$



$AB^{۲} = AC^{۲} + BC^{۲} = ۹ + ۸۱ = ۹۰ \to AB = ۳\sqrt{۱۰}$

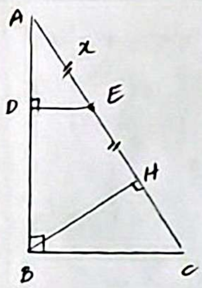
$\to CD \times AB = BC \times AC \Rightarrow CD \times \cancel{۳}\sqrt{۱۰} = \cancel{۲۷}\ ۹ \to CD = \frac{۹}{\sqrt{۱۰}}$

$DE \perp BC$, $AC \perp BC \Rightarrow DE \parallel AC \longrightarrow \hat{D}_۱ = \hat{C}_۱$ ۹

$\hat{E} = \hat{D} = ۹۰ \Big\} \Rightarrow \overset{\triangle}{ECD} \sim \overset{\triangle}{ACD}$

$\Rightarrow \frac{AC}{CD} = \frac{CD}{DE} \to CD^{۲} = AC \times DE = ۳ \times DE = \frac{۸۱}{۱۰} \to DE = \frac{۲۷}{۱۰}$

$\frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC} = \frac{\frac{۲۷}{۱۰}}{۳} = \frac{۹}{۱۰} = \frac{BE}{۹} \to BE = \frac{۸۱}{۱۰}$



$AB^{۲} = AH \times AC = ۲x \times AC$

$BC^{۲} = CH \times AC = (AC - ۲x) \times AC$

$\longrightarrow \frac{AB^{۲}}{BC^{۲}} = \frac{۱۶^{۲}}{۱۲^{۲}} = \frac{۱۶ \times ۱۶}{۱۲ \times ۱۲} = \frac{۱۶}{۹} = \frac{۲x}{AC - ۲x}$

$\longrightarrow ۱۶AC - ۳۲x = ۱۸x \to ۱۶AC = ۵۰x \to \frac{x}{AC} = \frac{۱۶}{۵۰} = \frac{DE}{BC} = \frac{DE}{۱۲}$ ۱۰

$\longrightarrow DE = \frac{۱۲ \times \cancel{۱۶}^{\,۸}}{\cancel{۵۰}_{\,۲۵}} = \frac{۹۶}{۲۵}$