Subject:

Year. Month. Date. ( )

یازدهم دفتر B

تکلیف ۲۴

Name. آتنا یاکریمی

$f(x) = ۳^{Ax+B}$ $\quad y = x^۲$

۱)

$x=1 \longrightarrow ۳^{A+B} = ۱$

$x=۳ \longrightarrow ۳^{۳A+B} = ۹$

$\begin{cases} A+B=0 \\ ۳A+B=۲ \end{cases}$

$A=۱ \ , \ B=-۱$

$۳^{x-1} \xrightarrow{x=0} ۳^{-۱} = \frac{۱}{۳} \longrightarrow$ عرض از مبدا

۲)

$\log_{۲}^{(۴^x+۱۵)} = x+۳ \Rightarrow ۴^x+۱۵ = ۲^{x+۳}$

$(۲^{۲x})+۱۵ = ۲^x \times ۲^۳ \Rightarrow (۲^x)^۲+۱۵ = ۸ \times ۲^x \longrightarrow t$

$t^۲+t۱۵ = ۸t \Rightarrow t^۲ - ۸t + ۱۵ = 0$

$\rightarrow (t-۳)(t-۵) = 0 \quad \begin{cases} t=۵ \\ t=۳ \end{cases}$

$t=۳ \rightarrow ۲^x = ۳ \Rightarrow x = \log_{۲}^{۳}$

$t=۵ \rightarrow ۲^x = ۵ \Rightarrow x = \log_{۲}^{۵} \Big\} \xrightarrow{+} \boxed{\log_{۲}^{۱۵}}$

۳)

$(\log_{۲۱}^{۳})^۲ + \log_{۲۱}^{(۲۱۵۷)} \cdot \log_{۲۱}^{۱۳۲۳}$

$(\log_{۲۱}^{۳})^۲ + (۱+\log_{۲۱}^{۷})(\log_{۲۱}^{۲۱^۲ \times ۳})$

$\log_{۲۱}^{۲۱} - \log_{۲۱}^{۳}$

$(\log_{۲۱}^{۳})^۲ + ((۲ - \log_{۲۱}^{۳})(۲+\log_{۲۱}^{۳}))$

$(\log_{۲۱}^{۳})^۲ + ۴ - (\log_{۲۱}^{۳})^۲ = \boxed{۴}$

۴)

$\log(x^۲ - ۲x+۱) + ۳\log(۱-x) = ۵$

$\log(x-۱)^۲ + \log(۱-x)^۳ = ۵$

$\log(۱-x)^۵ = ۵$

$۱0^۵ = (۱-x)^۵ \Rightarrow ۱-x = ۱0$

$x = -۹$

$\boxed{\log_{۳}^{۹} = ۲}$

(5)

$$\log_2(x^2+2x+4) + \log_2(x-2) = 3$$

$$\log_2 \underbrace{(x-2)(x^2+2x+4)}_{\text{تفاضل مکعبات}} = 3$$

$$\Rightarrow \log_2 (x^3-8) = 3 \Rightarrow 8 = x^3 - 8 \Rightarrow x^3 = 16$$

$$x = 2^{\frac{4}{3}}$$

$$\log_{2^{\frac{1}{3}}} 2^{\frac{4}{3}} = 4\log_2 2 = \boxed{4}$$

(6)

$$\log(2-x) - \log\frac{1}{(x-2)^2} = 3$$

$$\log\frac{2-x}{\frac{1}{(x-2)^2}} = 3 \to \log(2-x)^3 = 3$$

$$(2-x)^3 = 10^3 \Rightarrow 10 = 2-x \Rightarrow x = -8$$

$$\log_{\sqrt{2}}(-x) = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 8 = \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^3 = \boxed{6}$$

(7)

$$3^{x^2-2} = 81^x \Rightarrow 3^{x^2-2} = 3^{4x}$$

$$x^2-2 = 4x \Rightarrow x^2-4x-2 = 0 \qquad \begin{cases} x = 2+\sqrt{6} \\ x = 2-\sqrt{6} \end{cases}$$

$$\log_6(x-2) \Rightarrow \log_6(2+\sqrt{6}-2) = \log_6\sqrt{6} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

(8)

$$\log_3 2 = \frac{5}{8} \to \log_2 3 = \frac{8}{5}$$

$$\log_{3^2\times 2} 2^3 = \frac{1}{\log_{2^3} 3^2 + \log_{2^3} 2} = \frac{1}{\frac{16}{15}+\frac{5}{15}} = \frac{1}{\frac{21}{15}} = \boxed{\frac{15}{21}}$$

$$\log_{2^3} 2 = \frac{1}{3}$$

$$\log_{2^3} 3^2 = \underbrace{\frac{2}{3}(\log_2 3)}_{\frac{2}{3}\times\frac{8}{5} = \frac{16}{15}}$$

NOVIN

۹

$\log_{۴} ۳ = ۰/۸ \rightarrow \log_{۲} ۳ = \frac{۸}{۵}$

$\log_{۱۲} ۶ = \frac{\log_{۲} ۶}{\log_{۲} ۱۲} = \frac{\log_{۲} ۲ + \log_{۲} ۳}{\log_{۲} ۲^{۲} + \log_{۲} ۳} = \frac{۱ + ۱/۶}{۲ + ۱/۶} = \frac{۲/۶}{۳/۶} = \frac{۱۳}{۱۸}$

۱۰

$(a \log ۲) x^{۲} + ax + b \log ۲ = ۰ \qquad ax^{۲} + bx + c = ۰$

$\xrightarrow{x=-۱} a \log ۲ + b \log ۲ = a \qquad \rightarrow a - b = c \rightarrow a + c = b$

$b \log ۲ = a - a \log ۲ \rightarrow b \log ۲ = a(۱ - \log ۲)$

$\frac{b}{a} \log ۲ = ۱ - \log ۲ \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{۱ - \log ۲}{\log ۲} = \frac{\log \frac{۱۰}{۲}}{\log ۲}$

$= \frac{\log ۵}{\log ۲} \qquad (\sqrt{۲})^{\frac{b}{a}} = (\sqrt{۲})^{\log_{۲} ۵} = ۵^{\log_{۲} \sqrt{۲}} = ۵^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۵}$