تکلیف شماره ۲۴ — آیدا محمدزاده — یازدهم تجربی B (۲۰)

1) $f(x) = 3^{Ax+B}$, $y = x^2$

$f(1) = y(1) \rightarrow 3^{A+B} = 1 \rightarrow A+B = 0$ (رابطه ۱)

$f(3) = y(3) \rightarrow 3^{3A+B} = 9 \rightarrow 3A+B = 2$ (رابطه ۲)

$A+B=0$, $3A+B=2$, $2A=2$, $B=-1$, $A=1$

$f(x) = 3^{x-1} \xrightarrow{f(0)} f(0) = 3^{-1} \Rightarrow \frac{1}{3}$ (۵)

---

2) $\log_2 (4^x+15) = x+3 \Rightarrow 2^{x+3} = 4^x + 15 \rightarrow (2^x) \times 8 = (2^x)^2 + 15$, $t = 2^x$

$t^2 - 8t + 15 \Rightarrow (t-3)(t-5)$

$2^x = 5$, $2^x = 3$

$x_1 = \log_2 5$, $x_2 = \log_2 3$

$x_1 + x_2 = \log_2 5 + \log_2 3 \Rightarrow \log_2 15$ (۵)

---

3) $(\log_{21} 3)^2 + \log_7 (147) \log_{21} (63)$ (۵)

$A = (\log_{21} 3)^2 + (\log_{21} 21 + \log_{21} 7)(\log_7 7^2 + \log_7 3) \Rightarrow A = (\log_{21} 3)^2 + (1 + \log_{21} 7)(2\log_7 7 + \log_7 3)$

$\log_{21} 7 = 1 - \log_{21} 3$

$(\log_{21} 3)^2 + (1+1-\log_{21} 3)(2+\log_{21} 3) = (4 - (\log_{21} 3)^2) + (\log_{21} 3)^2 = 4$

---

4) $\log(x^2 - 2x + 1) + 3\log(1-x) = 5$, $\log_3 (-x) = ?$

$\log (1-x)^2 + \log (1-x)^3 = 5 \rightarrow \log_{10} (x-1)^5 = 5$ (۵)

$(1-x)^5 = 10^5 \rightarrow 1-x = 10 \Rightarrow x = -9 \rightarrow \log_3 (-x) = 2$

---

5) $\log_2 (x^2+2x+4) + \log_2 (x-2) = 3$, $(x^2+2x+4)(x-2) = 8$

$\log_{\sqrt[3]{2}} x = ?$

$x^3 - 8 = 8 \rightarrow x^3 = 16$ (۵)

$\log_2 16 = 4$

۶) $\log(۲-x) - \log \frac{۱}{(x-۲)^۲} = ۳ \rightarrow \log(۲-x) - y^{(۲-x)^{-۲}} = ۳ \; \begin{cases} ۳\log^{۲-x} = ۳ \\ \hookrightarrow x = -۸ \end{cases}$

$\hookrightarrow \log^{۲-x} + ۲\log^{۲-x} = ۳$

$\log_{\sqrt{۲}}^{(-x)} = ?$ $\quad \log_{\sqrt{۲}}^{۸} = \log_{۲^{۱/۲}}^{۲^۳} = ۶$

(د)

---

۷) $۳^{x^۲-x} = ۸۱^x \rightarrow ۳^{x^۲-۲} = ۳^{۴x} \Rightarrow x^۲ - ۴x = ۲$ $\quad (x-۲)^۲ - ۴ = ۲ \rightarrow (x-۲)^۲ = ۶ \rightarrow x-۲ = \pm\sqrt{۶}$

(د) $x = ۲-\sqrt{۶} < ۲$ غ ق ق

$x = ۲+\sqrt{۶}$

$\log_۴^{(x-۲)} = ?$

$\log_۴^{x-۲} \xrightarrow{x=\sqrt{۶}+۲} \log_۴^{۲+\sqrt{۶}-۲} = \frac{۱}{۴}$

---

۸) $\log_۳^۲ = \frac{۵}{۸}$ $\quad \log_{۱۸}^{۸} = ?$

$\hookrightarrow \frac{\log_۳^۸}{\log_۳^{۱۸}} \Rightarrow \frac{۳\log_۳^۲}{۲\log_۳^۳ + \log_۳^۲} \Rightarrow \frac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۱۶+۵}{۸}} \Rightarrow \frac{۵}{۷}$

(د)

---

۹) $\log_۴^۳ = ۰/۸$ $\quad \log_{۱۲}^{۶} = ?$

$\hookrightarrow \frac{۱}{۲}\log_۲^۳ = ۰/۸ \rightarrow \log_۲^۳ = ۱/۶$

$\log_{۱۲}^{۶} \rightarrow \frac{\log_۲^۶}{\log_۲^{۱۲}} = \frac{\log_۲^۲ + \log_۲^۳}{۲\log_۲^۲ + \log_۲^۳} \Rightarrow \frac{۱+۱/۶}{۲+۱/۶} = \frac{۲/۶}{۳/۶}$

(د)

---

۱۰) $(a\log ۲)x^۲ + ax + b\log ۲ = ۰$ $\quad \log^۲(a+b) = a$

(د)

$(\sqrt{۲})^{\frac{b}{a}} = ?$

$\log ۲\left(۱+\frac{b}{a}\right) = ۱ \longrightarrow ۱۰ = ۲ \times ۲^{\frac{b}{a}} \Rightarrow$

$\frac{a+b}{a} \times \log ۲ = ۱$

$\hookrightarrow \left(۱+\frac{b}{a}\right)\log^۲ = ۱$

$۲^{\frac{b}{a}} = ۵ \longrightarrow (\sqrt{۲})^{\frac{b}{a}} = ۲^{(\frac{۱}{۲})(\frac{b}{a})} =$

$\left(۲^{\frac{b}{a}}\right)^{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow ۵^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۵}$