۲۰

نام و نام خانوادگی: عارف فضل الهی ...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۴ ...... کلاس یازدهم تجربی B ......

۱

$f(x)=3^{Ax+B}$ $\qquad f(1)=g(1) \Rightarrow 3^{A+B}=1=3^{0} \Rightarrow A+B=0$

$g(x)=x^{2}$ $\qquad f(3)=g(3) \Rightarrow 3^{3A+B}=3^{2} \Rightarrow 3A+B=2$

$f(x)=3^{x-1} \Rightarrow f(0)=3^{-1}=\boxed{\frac{1}{3}}$

۱

۲

$\log_{2}(4^{x}+15)=x+3 \Rightarrow 4^{x}+15=2^{x+3}$

$(2^{2})^{x}+15=2^{x}\times 2^{3} \Rightarrow (2^{x})^{2}+15=8\times 2^{x}$ $\qquad 2^{x}=m$

۱

$m^{2}+15=8m \Rightarrow m^{2}-8m+15=0 \Rightarrow (m-3)(m-5)=0 \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=5 \end{array}\right.$

$m=3 \Rightarrow 2^{x}=3 \Rightarrow \log_{2}2^{x}=\log_{2}3 \Rightarrow x=\log_{2}3$

$m=5 \Rightarrow 2^{x}=5 \Rightarrow \log_{2}2^{x}=\log_{2}5 \Rightarrow x=\log_{2}5$

مجموع جواب‌ها $=\log_{2}3+\log_{2}5=\boxed{\log_{2}15}$

۳

$147=3\times 7^{2}=\frac{21^{2}}{3}$ $\qquad 1323=3^{3}\times 7^{2}=3\times 21^{2}$

۱

$\log_{21}147=\log_{21}\frac{21^{2}}{3}=\log_{21}21^{2}-\log_{21}3=2-\log_{21}3$

$\log_{21}1323=\log_{21}21^{2}\times 3=\log_{21}21^{2}+\log_{21}3=2+\log_{21}3$

$(\log_{21}3)^{2}+(2-\log_{21}3)(2+\log_{21}3)=(\log_{21}3)^{2}+(4-(\log_{21}3)^{2})=\boxed{4}$

۴

$\log(x^{2}-2x+1)+3\log(1-x)=5$

$x^{2}-2x+1=(x-1)^{2} \Rightarrow \log((x-1)^{2})+3\log(1-x)=5$

$1-x>0 \quad x<1 \longrightarrow (x-1)^{2}=(1-x)^{2}$

۲

$\log((1-x)^{2})+3\log(1-x)=5 \Rightarrow \log((1-x)^{2})=2\log(1-x)$

$2\log(1-x)+3\log(1-x)=5 \Rightarrow 5\log(x-1)=5 \Rightarrow \log_{10}(1-x)=1$

$1-x=10 \quad \boxed{x=-9} \Rightarrow \log_{3}^{-x}=\log_{3}9=\boxed{2}$

۵

$\log_{2}(x^{2}+2x+4)+\log_{2}(x-2)=3 \Rightarrow \log_{2}(x-2)(x^{2}+2x+4)=3$

۱

$\Rightarrow \log_{2}(x^{3}-8)=3 \Rightarrow x^{3}-8=2^{3} \Rightarrow x^{3}=2^{3}+8=16$

$\Rightarrow x=\sqrt[3]{16}$ $\qquad \log_{\sqrt[3]{2}}\sqrt[3]{16}=\boxed{\log_{2}16=4}$

عارفه مقبل الهی

۶

$$\log(2-x) - \log\frac{1}{(x-2)^2} = 3$$

دامنه $\begin{cases} 2-x>0 & 2>x \\ (x-2)^2>0 & 2>x \end{cases}$

$$\log\frac{(2-x)}{\frac{1}{(x-2)^2}} = 3 \xRightarrow{\text{براساس خواص log}} \log(2-x)^3 = 3$$

۱

$$(2-x)^3 = 10^3 \Rightarrow 10 = 2-x \Rightarrow x = -8 \qquad \log_{\sqrt{2}}^{(-x)} \Rightarrow \log_{\sqrt{2}}^{8} = \log_{2^{\frac{1}{2}}}^{2^3} = 6\log_2^2 = \boxed{6}$$

۷

$$3^{x^2-2} = 81^x \Rightarrow 3^{x^2-2} = 3^{4x} \qquad \log_6^{x-2} \quad x-2>0,\ x>2 \text{ دامنه}$$

$$x^2-2 = 4x \Rightarrow x^2-4x-2 = 0 \ \text{(I)}$$

از دامنه رو خارج $x<0$

۱

می‌دانیم $(x-2)^2 = x^2-4x+4$ (II)

حالا (I) را برحسب (II) می‌نویسیم برای محاسبه راحت‌تر دیگرم نیاز به Δ نداری

$$\Rightarrow x^2-4x-2 = (x-2)^2-6 \ \text{(III)}$$

$$\text{(I)},\text{(II)},\text{(III)} \Rightarrow (x-2)^2-6=0 \qquad (x-2)^2 = 6 < \begin{matrix} x-2=-\sqrt{6} & x=2-\sqrt{6} \text{ غقق} \\ x-2=+\sqrt{6} & x=2+\sqrt{6} \text{ قق} \end{matrix}$$

$$\log_6^{2+\sqrt{6}-2} = \log_6^{\sqrt{6}} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

۸

$$\log_{18}^{8} = \frac{\log_2^8}{\log_2^{18}} \leftarrow \text{براساس خواص log} \qquad \log_2^8 = \log_{2^1}^{2^3} = 3$$

$$\log_2^{18} = \log_2^2 + \log_2^9 = 1 + 2\log_2^3$$

۱

$$\log_3^2 = \frac{5}{8} \xrightarrow[\text{log}]{\text{براساس خواص}} \log_2^3 = \frac{8}{5} \qquad \log_{18}^8 = \frac{\log_2^8}{\log_2^{18}} = \frac{3}{1+2(\frac{8}{5})} = \frac{3}{\frac{21}{5}} = \frac{3\times5}{21} = \boxed{\frac{5}{7}}$$

۹

$$\log_{12}^6 = \frac{\log_4^6}{\log_4^{12}}$$

$$\log_4^6 = \log_4^2 + \log_4^3 = \log_{2^2}^2 + \log_4^3 = \frac{1}{2} + 0/8 = \frac{13}{10}$$

۱

$$\log_4^{12} = \log_4^4 + \log_4^3 = 1 + 0/8 = \frac{18}{10} \qquad \frac{\frac{13}{10}}{\frac{18}{10}} = \boxed{\frac{13}{18}}$$

۱۰

$$ax^2+bx+c=0 \Rightarrow x_1=-1 \Rightarrow a+c=b$$

$$(a\log 2)x^2 + ax + b\log 2 = 0$$

۱

$$a\log 2 + b\log 2 = a \Rightarrow b\log 2 = a - \log 2$$

$$b\log 2 = a(1-\log 2) \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1-\log 2}{\log 2} = \frac{\log 10 - \log 2}{\log 2} = \frac{\log\frac{10}{2}}{\log 2} = \frac{\log 5}{\log 2} = \log_2^5$$

جابه‌جایی براساس خواص log

$$(\sqrt{2})^{\frac{b}{a}} = (\sqrt{2})^{\log_2^5} = 5^{\log_2^{\sqrt{2}}} = 5^{\frac{1}{2}\log_2^2} = 5^{\frac{1}{2}} = \boxed{\sqrt{5}}$$