نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۲ کلاس یازدهم ۲۰

۱

$f(x)=3^{Ax+B}$, $y=x^2$

x	1	3
y	1	9

$1=3^{A+B}$, $9=3^{3A+B}$ $\Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ 3A+B=2 \end{cases}$

$2A=2 \Rightarrow A=1$, $B=-1$

$y=3^{x-1}$ $\xrightarrow{x=0}$ $y=3^{-1}=\boxed{\frac{1}{3}}$

۵

۲

$\log_2^{(x^2+15)} = x+3$

$2^{x+3}=2^x+15 \Rightarrow 2^{2x}+15=\underbrace{2^{x+3}}_{2^3\times 2^x}$

$2^x=t$ $\Rightarrow t^2+15=8t \Rightarrow t^2-8t+15=0 \Rightarrow (t-3)(t-5)=0 \Rightarrow t=\begin{cases}3\\5\end{cases}$

$2^x=3 \Rightarrow x=\log_2^3$ $2^x=5 \Rightarrow x=\log_2^5$ $\log_2^5+\log_2^3=\log_2^{15}\simeq 3,91$

۵

۳

$(\log_{21}^3)^2+\log_{21}^{175}\log_{21}^{1323}$

$\log_{21}^{175}=\log_{21}^{7\times 5^2}=\log_{21}^7+2\log_{21}^5=a+2b$

$a+b=\log_{21}^3+\log_{21}^7=\log_{21}^{3\times 7}=1$ / $(\log_{21}^3)^2=a^2$

$\log_{21}^{1323}=\log_{21}^{3^3\times 7^2}=3\log_{21}^3+2\log_{21}^7=3a+2b$

$a^2+(a+2b)(3a+2b)=3a^2+9ab+2ab+4b^2+a^2=4a^2+8ab+4b^2=4(a^2+2ab+b^2)=4\underbrace{(a+b)^2}_{1}=4$

۵

۴

$\log_{(x-1)^2}(x^2-2x+1)+3\log(1-x)=0$ $\quad 1-x=y$ $\quad \log_3^{(-x)}=?$

$\log(-y)^2+3\log y=0 \Rightarrow 2\log y^2+3\log y=0 \Rightarrow 4\log y+3\log y=0 \Rightarrow 7\log y=0 \Rightarrow \log y=1 \Rightarrow y=10$

$1-x=10 \Rightarrow x=-9$

$\log_3^{-(-9)}=\log_3^9=\boxed{2}$

۵

۵

$\log_2^{(x^2+2x+3)}+\log_2^{(x-2)}=\underbrace{3}_{\log_2^8}$ $\quad \log_{\sqrt{2}}^x=?$

$(x^2+2x+3)(x-2)=8 \Rightarrow x^3-8=8 \Rightarrow x^3=16 \Rightarrow x=\sqrt[3]{16}$

$\log_{\sqrt{2}}^x=\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt[3]{16}}=\log_{2^{\frac{1}{2}}}^{2^{\frac{4}{3}}}=\frac{\frac{4}{3}}{\frac{1}{2}}=\boxed{\frac{8}{3}}$

۵

۶

$\log(۴-x) - \log\frac{۱}{(۴-x)^۲} = ۳$ $\quad \log_{\sqrt{۲}}^{(-x)}$

$\log y - \log\frac{۱}{(-۶)^۲} = ۳ \Rightarrow ۲\log y - \log\frac{۱}{۶^۲} = ۳ \Rightarrow ۲\log y - \log ۶^{-۲} = ۳ \Rightarrow ۲\log y + ۲\log ۶ = ۳ \Rightarrow ۲\log ۶y = ۳ \Rightarrow \log ۶y = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۶y = ۱۰^{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow y = \frac{۱۰\sqrt{۱۰}}{۶}$

$\log_{\sqrt{۲}}^{(-x)} = \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^۳} = \frac{۳}{\frac{۱}{۲}} = ۶$ $\quad -x = ۸ \Rightarrow x = -۸$

(ب)

۸

$\log_۹^{(x-۲)}$ $\quad x^{۲x^۲-۲x} = ۱۷^x$

$۰ = ۲x^۲ - x - ۲ \Rightarrow x = \frac{۱ \pm \sqrt{۱+۱۶}}{۴} = \frac{۱ \pm ۵}{۴}$ $\quad \Delta = ۱+۱۶ = ۱۷$

$\log_۹^{(x-۲)} = \log_{۹}^{(۴-۵\sqrt{۹}+۲)} = \log_۹^{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۲}$

(ب)

۷

$\log_۲^۳ = \frac{۷}{۵}$ $\quad \log_{۱۷}^{۸} = ?$

$\frac{\log_۲^۸}{\log_{۲۱}^{۱۷}} = \frac{\log_{۲^۳}^{۲^۳}}{\log_{۳^۳}^{۲^۳} + \log_{۳^۳}^{۷}} = \frac{۳(\frac{۵}{۷})}{۳+\frac{۵}{۷}} = \frac{\frac{۱۵}{۷}}{\frac{۱۶}{۷}} = \frac{۱۵}{۱۶}$

(ب)

۶

$\log_۳^{۷} = ۰/۸$ $\quad \log_{۱۲}^{۶}$

$\frac{\log_۳^۶}{\log_۳^{۱۲}} = \frac{\log_۳^۲ + \log_۳^۳}{\log_۳^۴ + \log_۳^۳} = \frac{۰/۷ + ۱}{۱ + ۰/۷} = \frac{۱/۷}{۱/۸} \simeq ۰/۸۵$

(ب)

$\log_۲ ۳ = \frac{۱}{\log_۳ ۲} = \frac{۱}{\frac{۱}{۲}\log_۳ ۲} = ۲\log_۳ ۲ = \log_۳ ۲^۲ = \log_۳ ۴$

$\frac{۶}{\sqrt{۱۵}} \times \frac{\sqrt{۱۵}}{\sqrt{۱۵}} = \frac{۶\sqrt{۱۵}}{۱۵} = \frac{۲}{\sqrt{۱۵}}$

۱۰

$\log_۲ ۱۵ = \log_۲ ۳ + \log_۲ ۵ = \log_۲ ۳ + \log_۲ \frac{۱۰}{۲} = \log_۲ ۳ + \log_۲ ۱۰ - ۱ = \log_۲ ۳ + \log_۲ ۲ + \log_۲ ۵ - ۱ = \log_۲ ۳ + ۱ + \log_۲ ۵ - ۱ = \log_۲ ۳ + \log_۲ ۵$

$\log_۲ ۱۵ = \log_۲ ۳ + \log_۲ ۵$

$\log_۲ ۱۵ = \log_۲ ۳ + \log_۲ ۵$ را به توان $\frac{۱}{۲}$ رسانده و برابر ۱ قرار دهید. $\quad \log_{۱۵}^{۸}$ را برحسب $\log_۲ ۳$ و $\log_۲ ۵$ بیابید.

$(\sqrt{۸})^{\frac{b}{a}} = (۸^{\frac{۱}{۲}})^{\frac{b}{a}} = ۸^{\frac{b}{۲a}} = ۲^{\frac{۳b}{۲a}} = ۲^{\frac{۳}{۲}(\frac{۲\log ۳}{\log ۲})} = ۲^{\frac{۳\log ۳}{\log ۲}} = ۲^{\frac{۲\log ۳}{\log ۲} \times \frac{۱}{۲}} = ۲^{۲\log_۲ ۳ \times \frac{۱}{۲}} = ۲^{\log_۲ ۳^۲ \times \frac{۱}{۲}} = ۲^{\log_۲ ۹^{\frac{۱}{۲}}} = ۲^{\log_۲ \sqrt{۹}} = \sqrt{۹} = ۳$

$\frac{۲\log ۳ - ۱}{۲\log ۲} = \frac{۱}{۲\log ۲} - \frac{۲\log ۳}{۲\log ۲} = \frac{۱}{۲}\log_۲ ۲ - \frac{۱}{۲}\log_۲ ۳^۲ = \frac{۱}{۲}\log_۲ \frac{۲}{۹} = \log_۲ \sqrt{\frac{۲}{۹}}$

$\frac{b}{a} = \frac{۱}{۲\log ۲} - ۱ = \frac{۱ - ۲\log ۲}{۲\log ۲}$ $\quad a\log ۲ - a + b\log ۲ = ۰ \Rightarrow (a+b)(\log ۲) - a = ۰ \Rightarrow (a+b)(\log ۲) = a \Rightarrow a + b = \frac{a}{\log ۲}$

$b = a(\frac{۱}{۲\log ۲} - ۱) \Rightarrow b = a - ۲a\log ۲ \Rightarrow a + b = ۲a\log ۲ \Rightarrow \frac{a+b}{a} = ۲\log ۲ \Rightarrow \frac{b}{a} = ۲\log ۲ - ۱$

$x = -۱$ $\quad ۲x^۲(\log ۲) + x(۲\log ۳) + (\log ۳) = ۰$ معادله درجه دوم x بر حسب $\log ۲$ و $\log ۳$ را بیابید.